

## グライド現像の数理モデル

|     |                                                                                           |
|-----|-------------------------------------------------------------------------------------------|
| 著者  | 納口 恭明                                                                                     |
| 雑誌名 | 国立防災科学技術センター 研究報告                                                                         |
| 巻   | 30                                                                                        |
| ページ | 189-206                                                                                   |
| 発行年 | 1983-03                                                                                   |
| URL | <a href="http://doi.org/10.24732/nied.00000887">http://doi.org/10.24732/nied.00000887</a> |

## グライド現象の数理モデル

納 口 恭 明\*

国立防災科学技術センター雪害実験研究所

### Mathematical Model of Snow Gliding

By

Yasuaki Nohguchi

*Institute of Snow and Ice Studies, National Research Center for Disaster Prevention,  
Nagaoka, Niigata-ken, 940*

#### Abstract

The snow cover on a slope tends to glide down slowly. The glide velocity is not always uniform but decreases or increases according to changes of conditions, and it is known that the gliding motion of snow is accelerated before a full depth avalanche is released. The purpose of this paper is to propose a fundamental model to describe snow gliding motions including nonsteady motion.

Let  $f$  and  $R$  denote a driving force and a resistant force on a ground surface, respectively. Suppose that  $R$  is the function of the velocity  $v$  and the real contact area  $A$ , the equation of motion is

$$f = R(A, v)$$

Since  $A$  changes during movement, consider the change of  $A$  be described as :

$$\frac{dA}{dt} = -p(A, v) + q(A, v)$$

where  $p$  and  $q$  are the rate of decrease of  $A$  due to shear and that of increase of  $A$  due to formation of new real contact area, respectively.

For example, if  $p, q, R$  are assumed

$$p = bvA, \quad q = \begin{cases} b(A_{\infty} - A) & (A \leq A_{\infty}) \\ 0 & (A > A_{\infty}) \end{cases}, \quad R = (\varepsilon_0 + \varepsilon_1 v)A,$$

then the behavior of snow gliding is classified into four cases : Figs. 3-1, 3-2, 3-3, and 3-4. Figs. 6 and 7 show glide velocity and the displacement due to gliding motion, respectively.

---

\* 第1研究室

## 1. まえがき

斜面積雪の地表面上の静的な滑りはグライドと呼ばれ、斜面上の構造物に及ぼす積雪の力の重要な要素となっている。それと同時に、全層なだれ発生に至るまでのグライドの変化の過程は、全層なだれの先駆現象として見ることににより、なだれ予知のための有効な情報として利用できることが可能であり（渡辺・五十嵐・山田，1978）その実用化が注目されている。

ある斜面について、グライドを1冬期間観察すると、比較的定常な動きをしている期間・加速している期間・減速している期間・静止している期間などが存在するのがわかる。とくに、全層なだれ発生の直前、あるいはクラック発生の前にグライド速度の増加が見られることが知られている。しかし、グライドの加速が常になだれに結びつくとは限らず、また単純にグライド速度がある大きさになったときになだれが発生するともいい切れない。

一般にグライド速度の大きさは定常なときで  $\text{cm/day}$  のオーダーであるが、地形・植生・気象・雪質などにより値は様々である。また、グライドの加速のような過渡現象の時間スケールは、たとえば人工的にかやを張って滑りやすくした斜面上での数分～数時間（中村・他，1972）というものから、積雪中に笹が埋まっているような笹地斜面での数十日（遠藤・秋田谷，1977）のオーダーのものまである。

このような積雪と地表面との接触の機構に応じたグライド現象の定性を把握するには体系だった数理モデルの枠組みをつくる必要があり、また実験や結果の解析をする場合にもその背後にある数理的な構造に対する洞察が必要となる。

斜面積雪のグライドは積雪に作用する斜面方向の力と積雪底面における地表との間の抵抗力によって規定される。したがってグライドのモデル化という意味は底面抵抗力をモデル化することを指す。この底面抵抗力に対するもっとも簡単な表現としては、ふつうの摩擦力のように、斜面の垂直抗力に動摩擦係数（一般に速度に依存する）を乗じたものが考えられるが、このような表現では定常なグライドは表わせないし、積雪と地表面との間の物理的な過程を表現するものでもない。この意味で、笹地斜面におけるグライドの挙動の説明のために底面抵抗力を笹を積雪から引き抜くときの抵抗力としてモデル化した遠藤（1980）の研究は、底面抵抗力の時間的变化に物理的な解釈を与えるものとして意義がある。

本論文では、いろいろな接触機構に応じた、底面抵抗力の時間変化を記述するための基礎となる数理モデルを提案し、いくつかの仮想的な接触機構を与えたときに現われるグライド現象の特徴について考察する。

## 2. 底面抵抗のモデル

積雪に作用する駆動力を $f$ , 底面抵抗力を $R$ とするとグライド現象のような静的な運動は力のつりあいの式を満たす。

$$f = R$$

一般に $R$ は速度 $v$ の関数と考えてよいであろう。それと同時に、積雪と地表面との接触をになっているなんらかの物理量の関数である。この量は、たとえば巨視的な意味での積雪と地表面との真の接触面積であったり、あるいは微視的なレベルでの真の接触面積であったり、また笹地の場合のように積雪内にとり込まれている地表の植物の量（これもある意味では巨視的な意味での真の接触面積と考えてよい）であったりする。いまこの量を $A$ と表わすことにする。この $A$ は、積雪のグライドにともなって接触が断たれて減少する部分と、その一方で新たな接触が形成されることによって増加する部分を含み、その収支により $A$ の変化が規定されると考えてよいであろう。単位時間当りの減少量を $p$ , 増加量を $q$ とする。これらは一般的には $A$ と $v$ に依存するであろう。以上をまとめて底面抵抗力 $R$ を表現すると次のような形になる。

$$\left. \begin{aligned} R &= R(A, v) \\ \frac{dA}{dt} &= -p(A, v) + q(A, v) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

すなわち $R$ の変化は、 $A$ の変化を通して表現されることになる。 $p > q$ の場合は $A$ は増加し、 $p < q$ の場合は $A$ は減少する。したがって接触状態が時間の経過につれて変化するという意味で非定常な状態である。 $p = q$ の場合は $A$ は一定で変化せず、したがって接触状態は定常である。

この底面抵抗力のモデルを用いると、駆動力 $f$ を与えたときのグライド速度 $v$ を記述する方程式は次のとおりである。

$$\left. \begin{aligned} f &= R(A, v) \\ \frac{dA}{dt} &= -p(A, v) + q(A, v) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

力のつり合いの式から $v$ は $A$ の関数として表わされる。したがって $p, q$ は $A$ だけの関数となり、微分方程式は $A$ について解くことができ、 $A$ の変化を通して $v$ の変化が記述されることになる。

次の式

$$\left. \begin{aligned} f &= R(A_e, v_e) \\ 0 &= -p(A_e, v_e) + q(A_e, v_e) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

を満たす点 $A_e, v_e$ は微分方程式の平衡点である。すなわちこの値に対して $dA/dt$ はゼロとな

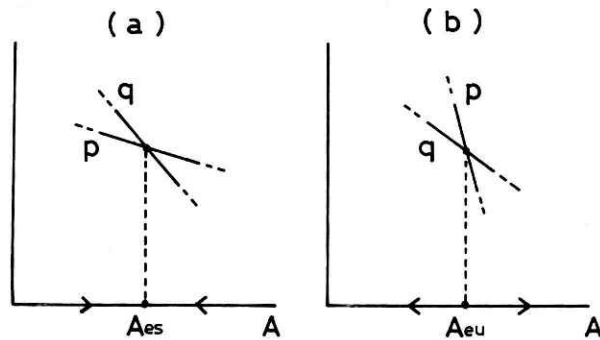


図1 (a)安定平衡点と(b)不安定平衡点  
Fig. 1 (a) Stable. (b) Unstable

り、グライドは定常状態を保つ。ところで $A$ の関数である $p, q$ が図1の(a)のような関係にある場合を考えてみる。 $p$ と $q$ の交点、すなわち $A = A_{es}$ では $dA/dt$ がゼロでグライドは定常的である。一方 $A < A_{es}$ では $dA/dt$ は正となり $A$ は増加し、 $A > A_{es}$ では $dA/dt$ は負となり減少する。このような平衡点は安定平衡点であり、なんらかの原因で $A$ が平衡点から外れても、また再び平衡点にもどろうとする。すなわち、この場合定常的なグライドは安定して存在する。これとは逆に $p, q$ の関係が(b)のような場合には $A_{eu}$ は不安定平衡点であり、わずかのずれで $A$ は $A_{eu}$ からますます遠ざかるようになる。したがってこのような場合には定常グライドは安定には存在しえないことになる。

つぎに、動摩擦実験のように速度 $v = v_0$ を与えた場合を考えると、このモデルでは抵抗力は以下の方程式によって記述されることになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dA}{dt} &= -p(A, v_0) + q(A, v_0) \\ R &= R(A, v_0) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

(3)式の $v$ が $A$ の関数であったのに対して、ここでは $v$ は定数 $v_0$ であり、抵抗力 $R$ が $A$ の関数となる。このような設定で抵抗力 $R$ を求めることを以後定速グライド試験と呼ぶことにする。実際にモデルを検討するうえでは、単なる駆動力 $f$ を与えるグライド現象ばかりでなく、いろいろな状況設定での現象を記述できる必要があり、またそのことがモデルの有用性につながることもなる。

この抵抗力に定常状態が存在するならば、その時の平衡値 $R_e, A_e$ は

$$\left. \begin{aligned} -p(A_e, v_0) + q(A_e, v_0) &= 0 \\ R_e &= R(A_e, v_0) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

から求められる。(4)式からわかるように  $p$ ,  $q$ ,  $R$  の関数形が同じである限り、すなわち両方の試験で接触機構が同じである限り  $R_e$  と  $v_0$  の関係は  $f$  と  $v_e$  の関係と同じである。これは直感的には当然のことと思われるかもしれないが、このモデルにおいてもそれが満たされていることになる。しかしそれぞれの場合で平衡値の安定性に関しては別の問題であることに注意しなければならない。

これまで接触をになっている機構が1つの場合だけを表現してきたが、さらに一般化して、いくつかの機構が接触に参与している場合は次のように拡張すればよい。

$$\left. \begin{aligned} R &= R(A_1, A_2, A_3, \dots, v) \\ \frac{dA_1}{dt} &= -p_1(A_1, A_2, A_3, \dots, v) + q_1(A_1, A_2, A_3, \dots, v) \\ \frac{dA_2}{dt} &= -p_2(A_1, A_2, A_3, \dots, v) + q_2(A_1, A_2, A_3, \dots, v) \\ \frac{dA_3}{dt} &= -p_3(A_1, A_2, A_3, \dots, v) + q_3(A_1, A_2, A_3, \dots, v) \\ &\vdots \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

このモデルを使ううえで本質的なことは、問題となるような過渡現象の時間スケールを支配するような積雪と地表間の主な接触の機構を設定することである。いいかえると、 $A$  を定めて  $p, q, R$ , を  $A$  と  $v$  の関数として表現することである。実際には様々な機構が作用するであろうが、スケールを設定することでそのうちのいくつかは一定として扱ってもよくなるであろう。いずれにせよ現象の本質を的確に表現しようというモデルの目的上、主要な効果と枝葉末節的な効果の選択が重要な問題といえる。

### 3. 簡単なモデルによるグライド現象の考察

簡単ないくつかのモデルを与え、それから導かれるグライド現象の特徴について考察する。

### 3.1 例 1

$A$  を真の接触面積とする. 抵抗力  $R$  は一般には  $A$  の増加関数と考えてよいであろう. いまとくに  $A = 0$  では抵抗力もゼロとなるようなモデルを考え  $R$  を次のように表わす.

$$R = (\varepsilon_0 + \varepsilon_1 v)A \quad (8)$$

$\varepsilon_0, \varepsilon_1$  は定数である.  $p$  については, 静止状態ではゼロと考え, グライドが存在するときは  $v$

と  $A$  に比例するものとする。一方  $q$  は、積雪の粘弾性的な性質を考慮して、 $A$  がある一定値  $A_\infty$  よりも小さいときはその差に比例するように増加し、 $A_\infty$  よりも大きいときはゼロであるとする。以上をまとめると

$$p = avA \quad (9)$$

$$q = \begin{cases} b(A_\infty - A) & (A \leq A_\infty) \\ 0 & (A > A_\infty) \end{cases} \quad (10)$$

となる、 $a, b$  は比例定数である。

いま次のような無次元化をする。

$$A = A_\infty A^*, v = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1} v^*, f = \varepsilon_0 A_\infty f^*, t = \frac{1}{b} t^*$$

\*印のついた量はそれぞれの無次元量である、このときグライドを記述する基礎方程式は次のようになる。

$$\frac{dA^*}{dt^*} = \begin{cases} -av^*A^* & (A^* \leq f^*) \\ 0 & (A^* > f^*) \end{cases} + \begin{cases} 1 - A^* & (A^* \leq 1) \\ 0 & (A^* > 1) \end{cases} \quad (11)$$

$$f^* = (1 + v^*)A^*$$

$$\text{ただし } \alpha = \frac{a\varepsilon_0}{b\varepsilon_1}$$

$v^*$  は  $A^*$  の関数として

$$v^* = \frac{f^* - A^*}{A^*} \quad (12)$$

と表わされるから微分方程式は次のように  $A^*$  だけで閉じた形となる。

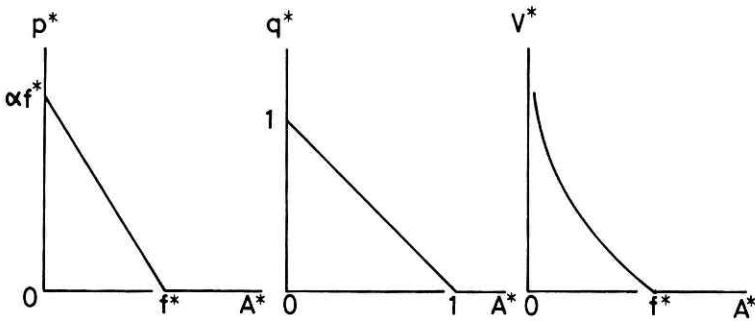


図2  $p^*, q^*, v^*$  と  $A^*$  の関係

Fig. 2 The relations of  $p^*$  to  $A^*$ ,  $q^*$  to  $A^*$  and  $v^*$  to  $A^*$ .

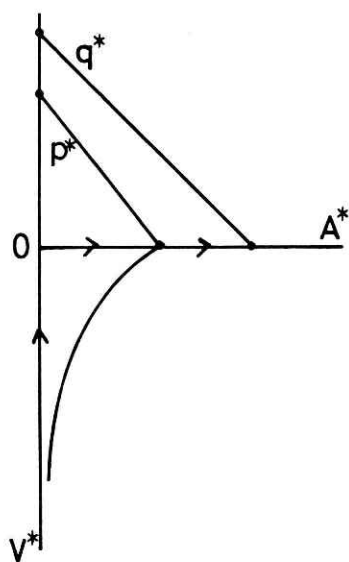


図 3-1 形態 1

Fig. 3-1 Case 1: snow cover decelerates to stop

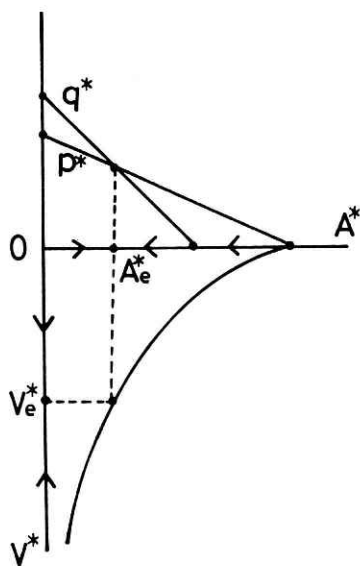


図 3-2 形態 2

Fig. 3-2 Case 2: snow cover glides steadily

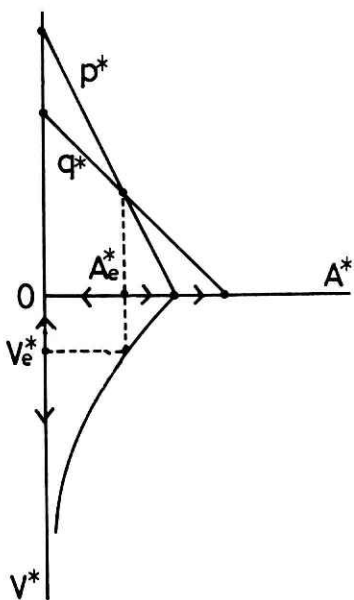


図 3-1 形態 1

Fig. 3-1 Case 1: snow cover accelerates to avalanche ( $v^* > v_e^*$ ) or decelerates to stop ( $v^* < v_e^*$ )

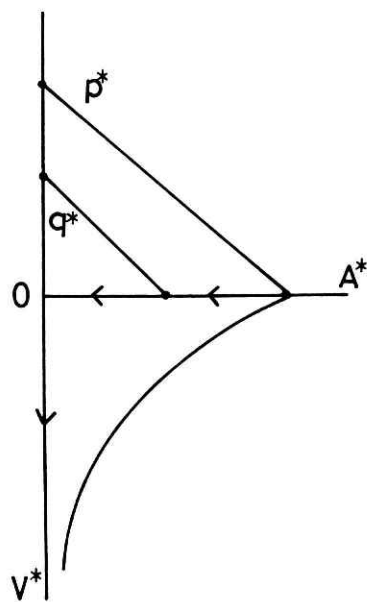


図 3-4 形態 4

Fig. 3-4 Case 4: snow cover accelerates to avalanche

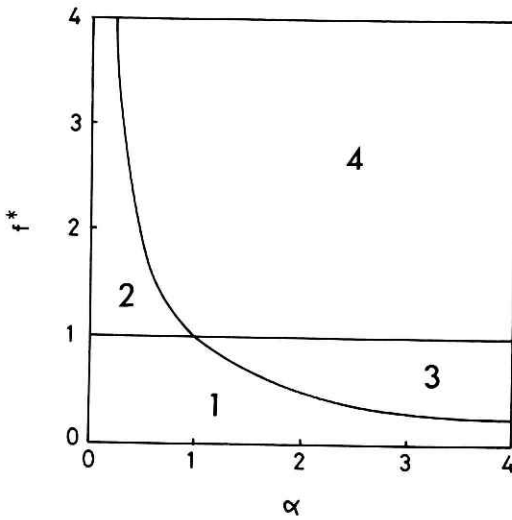


図4 パラメータ空間上の形態の分布  
Fig. 4 Diagram of the distribution of cases 1-4

$$\frac{dA^*}{dt^*} = \begin{cases} -\alpha(f^* - A^*) & (A^* \leq f^*) \\ 0 & (A^* > f^*) \end{cases} + \begin{cases} 1 - A^* & (A^* \leq 1) \\ 0 & (A^* > 1) \end{cases} \quad (13)$$

(13)式の解のふるまいを幾何学的に考えてみる。  $p^*, q^*, v^*$  は図2に示すような  $A^*$  の関数である。  $v^*$  に関して、  $A^* = 0$  で  $v^* \rightarrow \infty$  になるという意味は静的な運動から動的な速度をもつ運動にかわることをさしており、その意味で  $A^* = 0$  をなだれ発生点を呼ぶことにする。これに対して  $A^* \geq f^*$  では  $v^*$  はゼロであるから  $A^* = f^*$  を静止点と呼ぶことにする。このとき微分方程式の解の形態、いいかえるとグライド現象の形態は  $p^*$  と  $q^*$  の関係により4種類に分類される。

**形態1** はじめどんなグライド速度にあっても減速し静止する。はじめから静止している場合は静止状態のままである。(図3-1)

**形態2** 安定な平衡点  $A_e^*$  をもち、グライド速度が  $v_e^*$  よりも大きいときは減速し、小さいときは加速しやがて安定な定常グライド速度  $v_e^*$  になる。はじめから静止している場合は静止状態のままである。(図3-2)

**形態3** 不安定な平衡点  $A_e^*$  をもち、グライド速度が  $v_e^*$  よりも大きいときはますます加速されやがてなだれに至る。  $v_e^*$  よりも小さいときは減速して静止する。はじめから静止している場合は静止状態のままである。(図3-3)

**形態4** グライドが存在する場合はすべて加速されなだれに至る。はじめから静止している場合は静止状態のままである。(図3-4)

図4はパラメータ空間における形態の分布を示したものである。外的な要因の変化はパラ

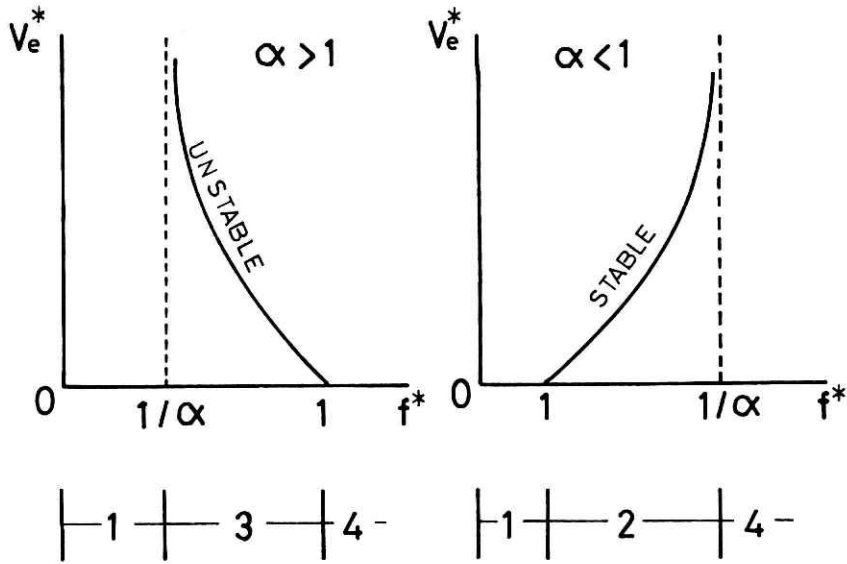


図5 駆動力  $f^*$  と平衡速度  $v_e^*$  の関係

Fig. 5 The relation of equilibrium glide velocity  $v_e^*$  to driving force  $f^*$

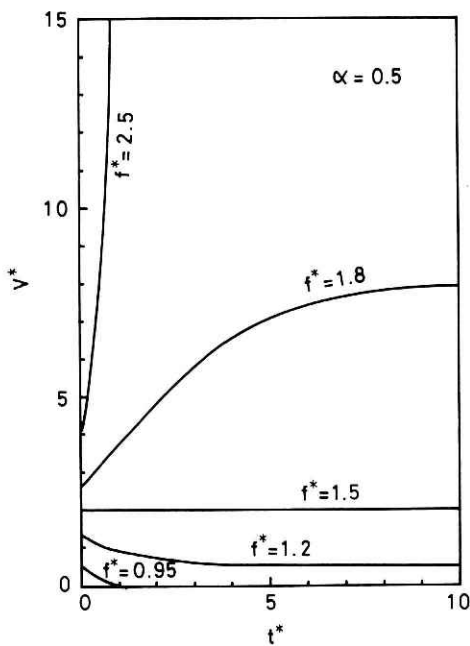


図6 グライド速度  $v^*$  の時間変化

Fig. 6 Glide velocity  $v^*$  vs. time  $t^*$

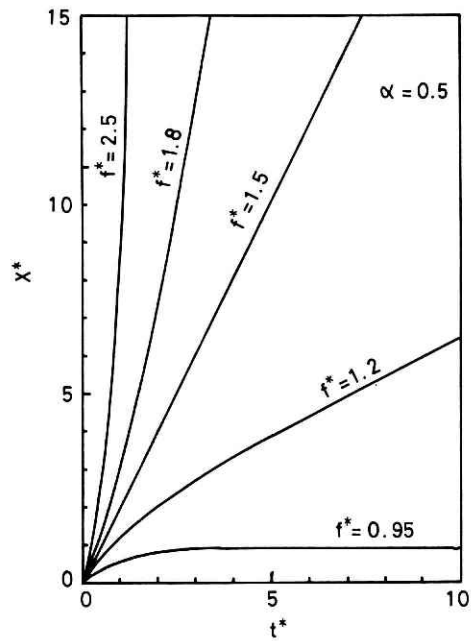


図7 時間  $t^*$  における変位量  $x^*$

Fig. 7 Displacement  $x^*$  due to gliding motion vs. time  $t^*$

メータ空間の点の移動として表現される。この点の移動が形態1と形態2の領域内にあるかぎりグライドの加速が生じたとしてもなだれにはならない。なだれが起りうるのは形態3と形態4の場合だけである。しかも形態3の場合は初期条件として  $A^* < A_e^*$  が満たされることすなわちグライド速度が  $v_e^*$  を越えることがなだれ発生条件であり、形態4の場合は動きが存在するということがなだれ発生条件となる。

定常グライド速度  $v_e^*$  とそのときの  $A_e^*$  は次のとおりである。

$$v_e^* = \frac{f^* - 1}{1 - \alpha f^*} \quad (14)$$

$$A_e^* = \frac{1 - \alpha f^*}{1 - \alpha} \quad (15)$$

形態2の場合 ( $f^* < 1/\alpha$  かつ  $f^* > 1$ ) (14)式は安定に存在する定常グライド速度を表わし、形態3の場合 ( $f^* > 1/\alpha$  かつ  $f^* < 1$ ) は加速してなだれに至るために瞬間的にもたなければならない最小の速度を表わす。 $f^*$  と  $v_e^*$  の関係を定性的に図5に示す。 $\alpha < 1$  のときに存在する  $v_e^*$  は安定であり、駆動力  $f^*$  の増大につれてそれに対応するグライド速度はどこまでも大きくなり、 $f^*$  が  $1/\alpha$  のところで形態4と隣接する。一方、 $\alpha > 1$  において存在する  $v_e^*$  は不安定であり、 $f^*$  の増大につれて値は小さくなる。すなわちなだれは起りやすくなり、 $f^*$  が1を越えると運動しているものはすべて加速しなだれに至る。

図6, 7は同じ初期条件を与えた場合についてグライド速度とグライドによる変位量  $x^*$  の時間変化を計算したものである。ただし  $x^*$  は実際のグライド量  $x$  の無次元量 ( $x^* = \frac{b\varepsilon_1}{\varepsilon_0} x$ ) である。 $f^* = 0.95$  の曲線は形態1に属し、減速して静止する。 $f^* = 1.2, 1.5, 1.8$  の曲線は

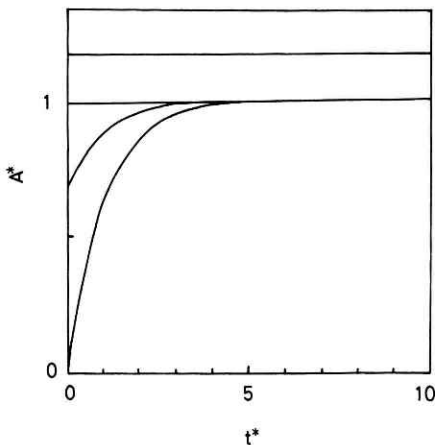


図8 静止状態における  $A^*$  の時間変化

Fig. 8  $A^*$  vs. time  $t^*$  for  $v^* = 0$

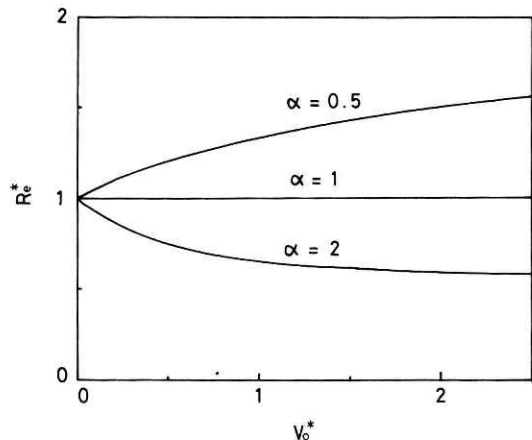


図9 速度  $v_0^*$  と平衡抵抗力  $R_e^*$  の関係

Fig. 9 Equilibrium resistant force  $R_e^*$  vs. given velocity  $v_0^*$

形態 2 に属し、はじめは減速あるいは加速するが、やがてそれぞれに応じた定常グライド速度になる。 $f^* = 2.5$  の曲線は形態 4 に属し、加速してなだれに至る。

どの形態においても  $A^* > f^*$  では静止のままである。しかしその場合でも  $A$  については  $A_\infty$  よりも小さいかぎり増加することになる。図 8 はこの  $A^*$  の増加を示したもので、これはちょうど接触時間の長さに応じて積雪の粘弾性的な性質のために接触面積が増していくような現象に対応している。この場合時定数は  $1/b$  である。

つぎに、このモデルで定速グライド試験をした場合の抵抗力  $R$  のふるまいについて考える。この場合、基礎方程式は次のようになる。

$$\frac{dA^*}{dt^*} = -av_0^*A^* + \begin{cases} 1 - A^* & (A^* \leq 1) \\ 0 & (A^* > 1) \end{cases} \quad (16)$$

$$R^* = (1 + v_0^*)A^*$$

$v_0^*$  は一定なので微分方程式はすでに  $A^*$  だけで閉じた形になっている。この方程式は平衡点

$$A_e^* = \frac{1}{1 + av_0^*} \quad (17)$$

をもち、しかも常に安定である。これに対応する抵抗力  $R_e^*$  は

$$R_e^* = \frac{1 + v_0^*}{1 + av_0^*} \quad (18)$$

となる。平衡値に達するまでの過渡現象の時定数は、 $A^* \leq 1$  の場合  $(b + av_0)^{-1}$  であり、 $A^* > 1$  の場合  $1/av_0$  である。したがって定速グライド試験では過渡現象の時間スケールは  $v_0$  が大きくなるほど小さくなる。

$R_e^*$  と  $v_0^*$  の関係を図 9 に示す。前にも指摘したとおり、これは  $f^*$  と  $v_e^*$  の関係 (図 5) と同じである。 $\alpha$  が 1 よりも大きい場合は抵抗力の平衡値  $R_e^*$  は速度の増大につれて減少し、 $\alpha$  が 1 より小さい場合は  $R_e^*$  は増大する。そして速度がますます大きくなると  $R_e^*$  は  $1/\alpha$  に近づく。

### 3.2 例 2

例 1 のモデルでは、定常グライド速度はいくらでも大きな値をとることができた。そこでつぎに、定常グライド速度の大きさがあある一定値以上にはならないようなモデルを示す。

例 1 では  $p$  が  $A$  と  $v$  に比例するとして考えた。そこでつぎに  $p$  が  $A$  にはよらず  $v$  だけに比例する場合を考える。すなわち

$$p = av \quad (19)$$

である。ただし  $q$  と  $R$  については例 1 と同じとする。このとき例 1 と同様の無次元化をしてグライドの基礎方程式を示すと次のようになる。

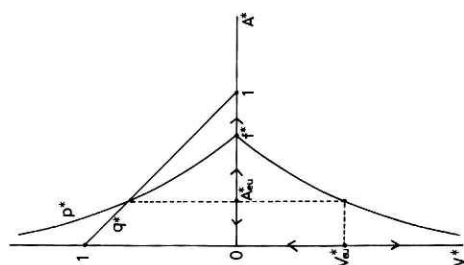


図 10-1 形態 1

**Fig. 10-1** Case 1: snow cover accelerates to avalanche ( $v^* > v_{eu}^*$ ) or decelerates to stop ( $v^* < v_{eu}^*$ ).

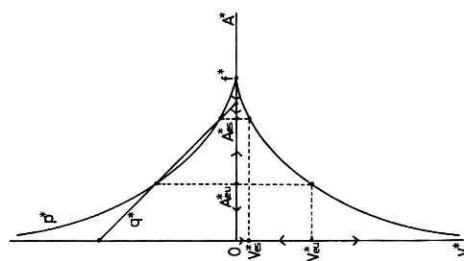


図 10-2 形態 2

**Fig. 10-2** Case 2: snow cover accelerates to avalanche ( $v^* > v_{eu}^*$ ) or glides steadily ( $v^* < v_{eu}^*$ )

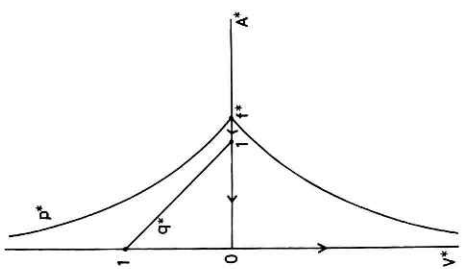


図 10-3 形態 3

**Fig. 10-3** Case 3: snow cover accelerates to avalanche

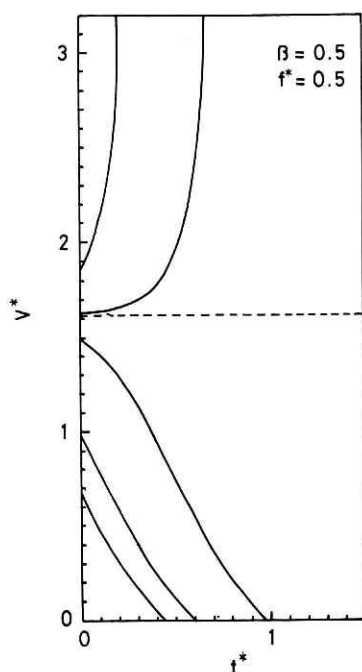


図 11 形態 1 の場合のグライド速度  $v^*$  の時間変化

Fig. 11 Glide velocity  $v^*$  vs. time  $t^*$  in case 1

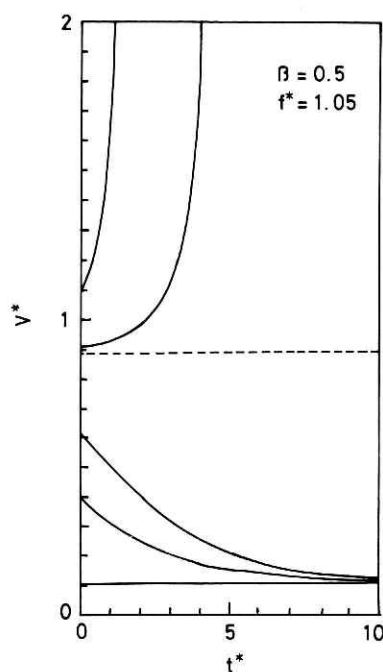


図 12 形態 2 の場合のグライド速度  $v^*$  の時間変化

Fig. 12 Glide velocity  $v^*$  vs. time  $t^*$  in case 2

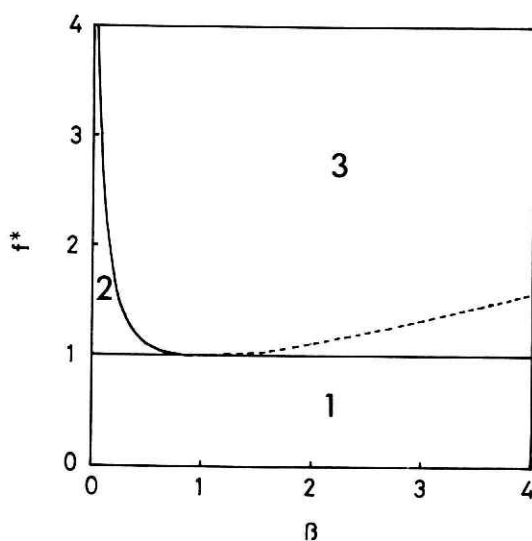


図 13 パラメータ空間上の形態の分布

Fig. 13 Diagram of the distribution of cases 1-3

$$\frac{dA^*}{dt^*} = \begin{cases} -\beta \frac{f^* - A^*}{A^*} & (A^* \leq f^*) \\ 0 & (A^* > f^*) \end{cases} + \begin{cases} 1 - A^* & (A^* \leq 1) \\ 0 & (A^* > 1) \end{cases} \quad (20)$$

$$v^* = \frac{f^* - A^*}{A^*}$$

$$\text{ただし } \beta = \frac{a\varepsilon_0}{b\varepsilon_1} \cdot \frac{1}{A_\infty}$$

この場合はグライドの形態は次の3種類に分類される。

**形態1** 不安定平衡点  $A_{eu}^*$  が存在し、 $v^* > v_{eu}^*$  では加速しなだれに至る。 $v_{eu}^* > v^*$  では減速して静止する。はじめから静止している場合は静止状態のままである。(図10-1)

**形態2** 安定平衡点  $A_{es}^*$  と不安定平衡点  $A_{eu}^*$  が同時に存在し  $v^* > v_{eu}^*$  では加速しなだれに至る。 $v_{eu}^* > v^* > v_{es}^*$  では減速し定常グライド速度  $v_{es}^*$  になる。同様に  $v_{es}^* > v^*$  では加速し定常グライド速度  $v_{es}^*$  になる。はじめから静止している場合は静止状態のままである。(図10-2)

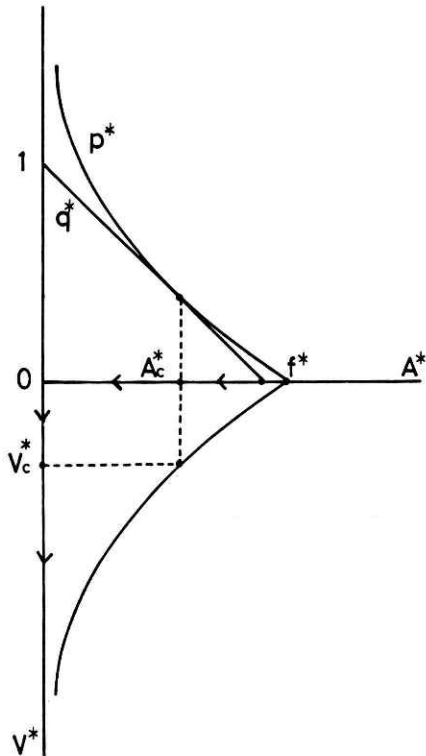


図 14 構造不安定な形態  
Fig. 14 Transient case  
between case 2 and  
case 3.



**形態 3** 動きがある場合はすべて加速しなだれに至る，はじめから静止している場合は静止状態のままである。(図 10-3)

図 11 と図 12 はそれぞれ**形態 1** と**形態 2** について初期条件をいろいろかえた場合のグライド速度の時間変化を計算したものである。安定なグライド速度と不安定なグライド速度があるのがわかる。

パラメータ空間  $f^* - \beta$  上での形態の分布は図 13 のとおりである。このモデルで特徴的なことは、 $p$  と  $q$  が 2 点で交わる場合があるということである。すなわち**形態 2** のようにふたつの平衡点を持つ場合があるということである。これらの平衡点を式で示すと

$$\frac{A_{es}^*}{(A_{eu}^*)} = \frac{\beta + 1 \pm \sqrt{(\beta + 1)^2 - 4\beta f^*}}{2} \quad (21)$$

であり、このときのグライド速度は

$$\frac{v_{es}^*}{(v_{eu}^*)} = \frac{1 - \beta \mp \sqrt{(\beta + 1)^2 - 4\beta f^*}}{2\beta} \quad (22)$$

である。図 13 における**形態 2** と**形態 3** の境界線は上式の根号内がゼロになるところである。このときの形態は図 14 のとおりであり構造不安定な状態にある。いま  $\beta$  が 1 よりも小さいときの  $f^*$  と  $v_e^*$  の関係を図 15 に示す。安定な定常グライド速度は  $f^*$  が 1 以下では存在しな

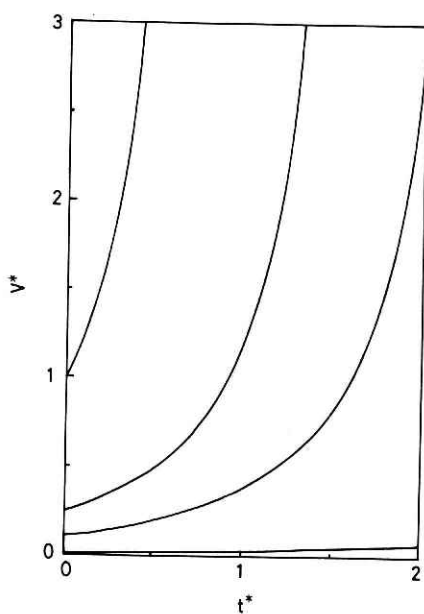


図 17 グライド速度  $v^*$  の時間変化  
( $p = avA$ ,  $q = 0$ )

Fig. 17 Glide velocity  $v^*$  vs. time  $t^*$   
( $p = avA$ ,  $q = 0$ )

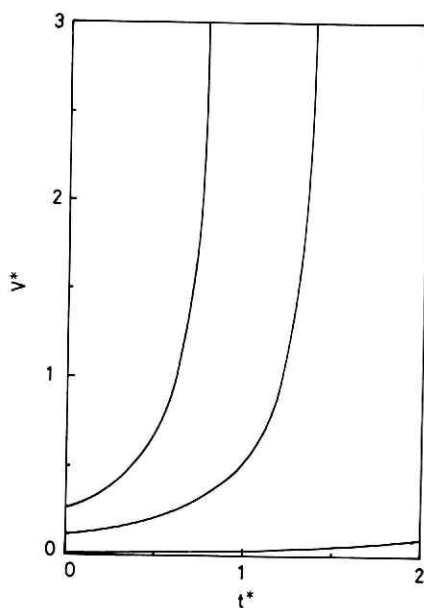


図 18 グライド速度  $v^*$  の時間変化  
( $p = av$ ,  $q = 0$ )

Fig. 18 Glide velocity  $v^*$  vs. time  $t^*$   
( $p = av$ ,  $q = 0$ )

いが1よりも大きいときには  $f^*$  の増大につれて大きくなり  $v_{es}^*$  と  $v_{eu}^*$  が一致した点すなわち形態2と形態3の境界で消失している。これは、はじめ定常グライド運動していたものが  $f^*$  のわずかな変化に対して突然加速を開始しなだれに至るような現象を表わしている。このときの臨界定常グライド速度  $v_c^*$  は

$$v_c^* = \frac{1-\beta}{2\beta} \quad (23)$$

である。

図16は、このモデルの場合の定速グライド試験の結果得られる抵抗力の平衡値  $R_e^*$  と速度  $v_0^*$  の関係を示したものである。

### 3.3 その他の例 例1, 例2では

$$q = b(A_\infty - A)$$

と表わして積雪の粘弾性的性質による  $A$  の増加を表現してきたが、たとえば遠藤(1980)の笹の引き抜き抵抗にみられるように、積雪中の笹が抵抗力の主なにない手である場合には、グライドにともなって笹は抜けて減少していく一方である。このような場合には  $q$  はゼロとして扱うことになる。

いま例1において  $q$  をゼロとした場合を考える。このときグライドの方程式はつぎのとおりである。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dA}{dt^*} &= \begin{cases} -A^* v^* & (A^* \leq 1) \\ 0 & (A^* > 1) \end{cases} \\ v^* &= \frac{1-A^*}{A^*} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

$$\text{ただし } A = \frac{f}{\varepsilon_0} A^*, \quad v = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1} v^*, \quad t = \frac{\varepsilon_1}{a\varepsilon_0} t^*$$

図17はこの場合のグライド速度の時間変化を計算したものである。同様に図18は、例2の場合で  $q$  をゼロとしたのを計算したものである。ただしこの場合の時間スケールは  $t = (\varepsilon_1 f / a\varepsilon_0^2) \cdot t^*$  である。これらの場合は当然のことながら定常グライド速度はなく、静止状態か加速かのいずれかである。

## 4. あとがき

ここで提案したグライドのモデルの考え方は、ちょうど物質の粘弾性的性質を表現するための力学的モデルの考え方に対応している。ダッシュポットやスプリングのいろいろな結合によってさまざまな粘弾性を表現するように、積雪と地表面の間の接触の機構のちがいに

るグライド現象の性質や底面抵抗力の挙動を  $p, q, R$  の選択によって表現する方法を示したものである。したがってグライド現象を定量的にモデル化しようとする場合、まず現象を定性的に表現できる  $p, q, R$  を選び、それからグライドや定速グライド試験のような実際現象と対応させて定量化することになる。

これまで、なだれの発生と関連づけて斜面積雪の安定不安定を判断する場合、理論的には力のバランスによる表現のものがほとんどであった。しかし、ここで述べたグライドモデルのようにグライド現象を微分方程式の平衡点の安定性あるいは微分方程式自体の構造安定性と結びつけることによってグライドによる斜面積雪の安定性の表現方法が得られたことになる。なおここで用いたような真の接触面積による底面抵抗の(8)式の表現は、摩擦凝着説による摩擦抵抗の数理モデル的な表現と考えることもできる。

ここでは斜面積雪の移動を地表面と積雪の関係だけでみてきたが、これは積雪の動きが均質の場合だけであって動きが不均質でクリープの効果などがきいてくる場合についての考察や実際の現象への応用については別報でおこなう。

本論文の校閲をしていただいた山田穰研究室長に感謝いたします。

#### 参 考 文 献

- 1) 秋田谷英次 (1974) : 斜面積雪の挙動の研究Ⅲ—接地面での移動 (グライド). 低温科学, 物理篇, **32**, 98—104.
- 2) 秋田谷英次 (1975) : 斜面積雪の挙動の研究 V—斜面積雪のグライドとクラックの発生, 1974—1975 冬. 低温科学, 物理篇, **33**, 103—108.
- 3) 遠藤八十一 (1980) : 笹地斜面における積雪のグライド機構Ⅱ. 低温科学, 物理篇, **89**, 81—89.
- 4) 中村勉他 (1972) : かや張り実験斜面で発生した小なだれ. 昭和 47 年度日本雪氷学会予稿集.
- 5) 渡辺興亜・五十嵐高志・山田穰 (1978) : 1976—1977 年冬期の新潟県を中心とする地方の広域積雪現象について. 国立防災科学技術センター研究速報, 第 29 号.

(1982 年 11 月 29 日 原稿受理)