湾曲傾斜海岸にトラップされるエッジ波

著者	藤縄 幸雄
雑誌名	国立防災科学技術センター 研究報告
巻	21
ページ	75-88
発行年	1979-03
URL	http://doi.org/10.24732/nied.00000793

532.593

湾曲傾斜海岸にトッラプされるエッジ波

藤　縄　幸　雄*
国立防災科学技術センター平塚支所

An Edge Wave Trapped Along a Curved Coast

By

Yukio Fujinawa

Hiratsuka Branch, National Research Center for Disaster Prevention,
No. 9-2, Nijigahama, Hiratsuka, Kanagawa-ken 254

Abstract

An edge wave trapped along an arbitrarily curved coast is studied by the use of a slowly varying approximation. First, the characteristics of the edge wave along a coast of circular-shape are studied. The dispersion relation is expressed in terms of the curvature and the inclination angle of the bottom slope. The phase velocity of the edge wave along the shore of a cone-type region is shown to be larger compared to that along the straight coast. And, at least for the fundamental and the first higher mode the edge wave tends to be strongly trapped along the shore of the cone-type region, and vice versa in the case of the cone-type island.

Second, equations describing the change of amplitude and wave number of the edge wave along an arbitrarily curved and arbitrarily inclined coast are derived by the use of the averaged variational technique of Witham (1968).

1. はじめに

津波などの長周期波が，半ば閉塞された湾に達すると，その海岸，海底地形によって決まる固有振動を励起する．主としてその固有振動が，湾の沿岸に沿っての津波の振舞いを，決定すると思われる．一様水深の湾における水系の運動については，Miles and Munk (1961), Ippen and Goda (1963), Lee (1971) などによって調べられているが，水深が変化する場合の取扱いがない．任意の形式任意の水深分布を持った湾内における津波の特性を決定するという，一般的な問題を考察する前の段階として，水深の変化が offshore 方向に一定という場合に岸にトラップされる長波の性質について調べておくことにする．

直線状の海岸にトラップされる長波については，その性質がかなりよく調べられている

* 沿岸防災第1研究室

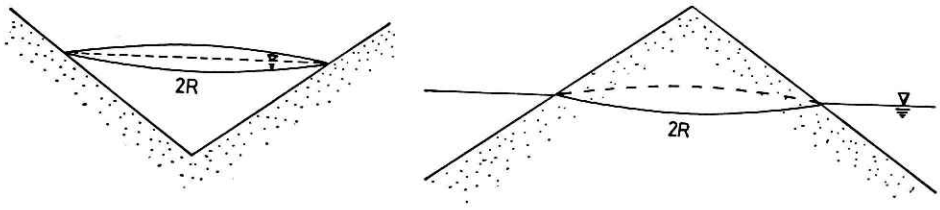


図 1　水の運動を考える領域
Fig. 1　Regions in which water motion is considered. Two simple cases are treated. We discuss the edge wave trapped along the coast of the shore of cone type region and that in the case of cone-type island.

が，湾内を進行する場合のように湾曲した海岸にトラップされる長波がいかなる振舞いを示すかは，いまだ十分に明らかにされているとは言い難い．ただし，Longuet-Higgins (1967) は島のまわりにトラップされる長波が存在することを示している．しかし，それは，円形状の島の場合で，水深がステップ状に変わるときを詳しく取り扱ったものであり，海岸線が曲っている場合に，そこにトラップされる長波の分散関係がどうなっているのか，あるいは，振幅の分布がどうなっているかなどについて，直観的にも見通せる結果を得ていない．ここでは，直線からわずかにずれた海岸にトラップされる長波の分散関係や，offshore 方向の波高分布を，摂動法を用いて求める．その結果を土台にして，変分法を使い，海底傾斜や海岸の曲率が任意にしかし "ゆっくり" 変化するときにエッジ波がどのように変形するかについても議論する．

2. 定 式 化

非圧縮かつ非粘性の水のポテンシャル運動を考察する．図1に示すような領域における運動を考えるわけであるが，一つは，円錐状の容器内であって，静止状態のときの水の表面が半径Rの円になる場合であり，今一つは，円錐状の島の囲りの領域であって，同じく静止水面が半径Rの円の外側と一致する場合である．長波近似を使って，混合型の境界値問題となることを避けることにする．ポテンシャルをΦ，水深をζ，水位をhとすると，長波の運動は，

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -g\zeta, \tag{1}$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = g\,\mathrm{div}\,(h\,\mathrm{grad}\,\Phi) \tag{2}$$

と記述できる（たとえば，今井；1970）．ここに，gは重力加速度，tは時間である．

水深hは，

$$h = \mp s(R-r) \tag{3}$$

と表わされるとする．ここにsは，海底の傾斜度を表わす無次元数である．ただし上段は外

部領域の場合，下段は内部領域の場合である．時間 t に対して角周波数 σ の調和振動をする運動を考えて，

$$\Phi=\phi e^{i\sigma t} \tag{4}$$

とすると，ϕ は，(2)より，

$$-\sigma^2\phi=g\,\mathrm{div}\ (h\,\mathrm{grad}\,\phi) \tag{5}$$

を満たすとがわかる．座標系を，円柱座標系 (r,θ) とすると，(5)式は，

$$-\frac{\sigma^2}{g}\phi=\frac{1}{r}\left\{\frac{\partial}{\partial r}\left(rh\frac{\partial\phi}{\partial r}\right)+\frac{h}{r}\frac{\partial^2\phi}{\partial\theta^2}\right\} \tag{6}$$

となる．ここで，固有関数を求めるために，変数分離を行う，

$$\phi=\hat{\phi}(r)\,e^{-in\theta} \tag{7}$$

n は整数であって，このように仮定した θ 方向の関数の形は，周期境界条件に適合するものである．このようにすると，(6)式から $\hat{\phi}(r)$ は，

$$\frac{d^2\hat{\phi}}{dr^2}+\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{h}\frac{dh}{dr}\right)\frac{d\hat{\phi}}{dr}+\left(\frac{\sigma^2}{gh}-\frac{n^2}{r^2}\right)\hat{\phi}=0 \tag{8}$$

を満たす．周方向（θ 方向）の '波長' を Λ とすると，

$$\Lambda=\frac{2\pi R}{n}$$

であり，'波数' に直すと，

$$k=\frac{n}{R} \tag{9}$$

となる．$n\to\infty$ で直線状海岸の場合となるはずであるが，岸（$r=R$）近くでは，

$$\frac{1}{r}\ll\left|\frac{1}{h}\frac{dh}{dr}\right|,$$

$$\frac{n^2}{r^2}\fallingdotseq\frac{n^2}{R^2}=K^2$$

となるので，(8)式は，直線状海岸にトラップされる長波の場合の方程式，

$$\frac{d^2\hat{\phi}}{dr^2}+\frac{1}{h}\frac{dh}{dr}\frac{d\hat{\phi}}{dr}+\left(\frac{\sigma^2}{gh}-k^2\right)\hat{\phi}=0 \tag{10}$$

となる．

$$n=kR=K\gg1 \tag{11}$$

の場合が，直線状海岸からわずかにずれた場合に対応している．

境界条件は，

$$r=R;\quad\hat{\phi}=\text{有限} \tag{12 a}$$

$$r\to\begin{cases}\infty\\0\end{cases};\ \hat{\phi}\to0 \tag{12 d}$$

である．

$$r=R(1\pm\xi)\quad\begin{cases}\text{外部領域}\\ \text{内部領域}\end{cases}\tag{13}$$

と置くと，岸近くにトラップされている波を考えているので，

$$0<\xi\ll 1\tag{14}$$

であって，

$$\frac{1}{r}=\frac{1}{R(1\pm\xi)}\fallingdotseq\frac{1}{R}(1\mp\xi),$$

$$\frac{1}{h}\frac{dh}{dr}=\pm\frac{1}{k\xi}$$

となるので，(8)は，

$$\frac{d^2\hat{\phi}}{d\xi^2}+\frac{1}{\xi}(1\pm\xi)\frac{d\hat{\phi}}{d\xi}+\left\{\frac{F^2}{\xi}-n^2(1\mp 2\xi)\right\}\hat{\phi}=0\tag{15}$$

となる．ここに，

$$F^2=\frac{\sigma^2 k}{gs}\tag{16}$$

であって，Fはフルート数である．第2項における$\pm\dfrac{d\hat{\phi}}{d\xi}$，第3項における$\pm 2n^2\xi\hat{\phi}$が，曲率の効果を表わしているのは明らかであろう．

外部領域の場合には，

$$0\leqq\xi<\infty,\tag{17}$$

であり，内部領域の場には，

$$0\leq\xi\leq 1\tag{18}$$

であるが，(14)に示すようにごく岸近くにトラップされている波を考えていのるで，内部領域の場合にもξの定義域を，(17)に示した範囲として差しつかえない．(15)式は，ξの2次の項以上を無視して得られたものであるから，十分岸近くにエネルギーが集中している場合にのみ妥当するものであることに注意する．

境界条件は，よって，いずれの場合とも，

$$\left.\begin{aligned}&\xi=0\ ;\qquad\hat{\phi}=\text{有限}\\&\xi\to\infty\ ;\qquad\hat{\phi}\to 0\end{aligned}\right\}\tag{19}$$

となる．この境界条件の下に，微分方程式(15)を解いて，固有値，固有関数を求めることになる．

独立変数をξから，

$$z=2|n|\xi\tag{20}$$

によって，zに変換すると，$\hat{\phi}$に対する方程式は，

$$z\frac{d^2\hat{\phi}}{dz^2}+\left(1\pm\frac{z}{2|n|}\right)\frac{d\hat{\phi}}{dz}+\left\{\frac{F^2}{2|n|}-\frac{1}{4}\left(1\mp\frac{z}{|n|}\right)\right\}\hat{\phi}=0\tag{21}$$

となる．ついで

$$\varepsilon=\frac{1}{4|n|}\ll 1 \tag{22}$$

と置き，

$$\hat{\phi}=e^{\alpha z}u(z),\quad \alpha=-\frac{1}{2}\mp\varepsilon \tag{23}$$

とすると，uは，

$$z\frac{d^2u}{dz^2}+(1-z)\frac{du}{dz}+\lambda u\pm\varepsilon(1+z^2)u=0 \tag{24}$$

を満たすことがわかる．ここに，

$$\lambda=\frac{F^2}{2|n|}-\frac{1}{2} \tag{25}$$

である．uに対する境界条件は，(19)から，

$$\left.\begin{aligned} &z=0\,; && u=\text{有限}\\ &z\to\infty\,; && u\text{は}z\text{の正のべきより高位の無限大にはならない}\end{aligned}\right\} \tag{26}$$

となる．

3. 固有値と固有関数

$\varepsilon\to 0$の極限における直線状海岸の場合には，(24)，(26)の固有値問題は，よく知られている通り，nを負でない整数として，

$$u_n=L_n(z),\quad \lambda=n$$

となる (Courant and Hilbert, 1931)．ここに$L_n(z)$はn次のラゲールの多項式である．このとき，(25) 式のλは，

$$\lambda\to\frac{\sigma^2}{2kgs}-\frac{1}{2}$$

となるので，直線状海岸にトラップされるエッジ波の分散関係 (Reid, 1958)

$$\sigma^2=gks(2n+1),\quad n=0,1,2\cdots\cdots \tag{27}$$

が得られる．

(24)において，εが微小なので，摂動法によって固有値問題を解く．そのためには，

$$v=e^{-z/2}u \tag{28}$$

とおいて，vの満たす方程式を考えて，$\varepsilon=0$のときの固有関数が直交するようにすると便利である．vは，

$$\frac{d}{dz}\left(z\frac{dv}{dz}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}z\right)v+\lambda v\pm\varepsilon(1+z^2)v=0 \tag{29}$$

を満たすことがわかる．

摂動法によると，摂動系の固有値λの第1近似$\lambda_n^{(1)}$は，

$$\lambda_n^{(1)}=\lambda_n^{(0)}\pm\varepsilon U_{nn} \qquad (30)$$

である(たとえば, Morse and Feshfach, 1953). ここに,

$$U_{nn}=\int_0^\infty v_n(1+z^2)\,v_n dz \qquad (31)$$

で, v_n は非摂動系の正規直交関数であって,

$$v_n=\frac{1}{n!}\,e^{-z^2/2}L_n(z) \qquad (32)$$

と書き表わされる. また, $\lambda^{(0)}$ は非摂動系の固有関数である. 固有関数を求めるときにも必要なので, (31)の一般の形,

$$U_{nm}=\delta_{nm}+\int_0^\infty v_n z^2 v_m dz,\ (n\geqq 0, m\geqq 0)$$

を求めておく. ラゲールの多項式に関する漸化式

$$zL_n(z)=(2n+1)L_n(z)$$
$$-L_{n+1}(z)-n^2L_{n-1}(z)$$

(Morse and Feshbach, 1953) を用いると,

$$U_{mn}=(6n^2+6n+3)\delta_{m,n}-4n^3\delta_{m,n-1}+n^2(n-1)^2\delta_{m,n-2},\ n\geqq m \qquad (33)$$

であることがわかる. 特に,

$$U_{nn}=(6n^2+6n+3) \qquad (34)$$

であるので, (30)の固有値は,

$$\lambda_n^{(1)}=\lambda_n^{(0)}\pm\varepsilon(6n^2+6n+3) \qquad (35)$$

となる. 分散関係に引き直すと.

$$\sigma_n^2=\{(2n+1)\pm\varepsilon(12n^2+12n+6)\}gsk \qquad (36)$$

となる. あるいは, 無次元量

$$\frac{R}{gs}\,\sigma_n^2\equiv F_n^2\equiv\Omega_n^2, \qquad (37)$$

を導入すると, 分散関係(36)は,

$$\Omega_n^2=(2n+1)\,K\pm\frac{3}{2}(2n^2+2n+1) \qquad (38)$$

となる.

$n=0$ の基本モードに対する分散関係を図示したのが図2である. Sが直線状海岸の場合の

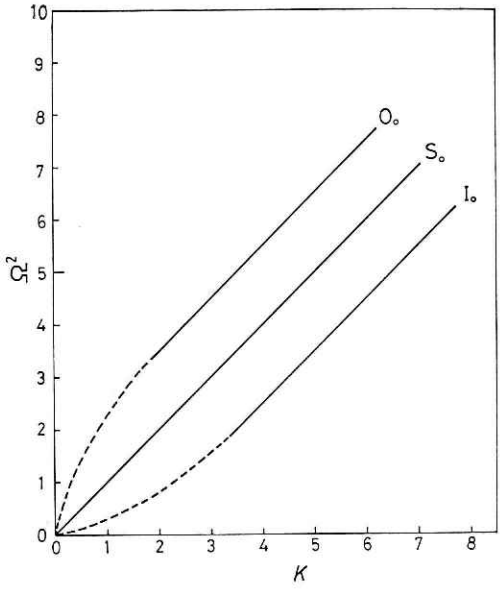


図 2　基本モード ($n=0$) のエッジ波の分散関係. Sは直線状海岸の場合, Oが外部領域の場合, Iが内部領域の場合.

Fig. 2　Dispersion relation of the edge wave of the fundamental mode along the curved coast. The curves (S), (O), (I) concern the cases of straight coast, outer region, inner region, respectively.

ものであり，Oが，外部領域の場合，Iが内部領域の場合である．微小量εが十分に小さいとき，すなわち，

$$K \gg 1$$

のときにしか第1次摂動解が十分よい近似とならない．Kの小さいところの点線は推測によるものである．

σ^2に対しては，正負の曲率の海岸のゆがみの効果は対称に表わされている．ゆがみの効果はモード数nの2次のオーダーで大きくなる．これは，モード数が大きくなると共に，波長が大きくなり，海岸のまがりの効果が相対的に大きくなるからである．よって，この1次の摂動の解は，モードがあまり大きくなると近似の悪いものとなることが予想される．

波速の増大比 $\frac{\Delta c}{c_0}$ は，

$$\gamma = \frac{\Delta c}{c_0} \fallingdotseq \pm \frac{3}{4} \frac{(2n^2+2n+1)}{(2n+1)} \frac{1}{K} \tag{39}$$

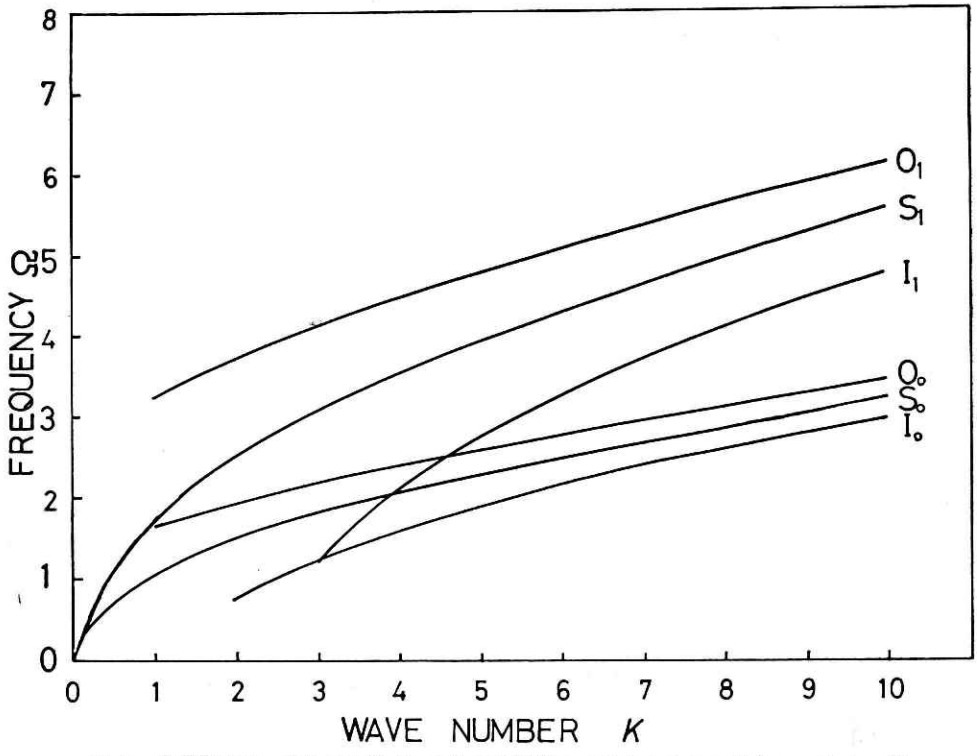


図 3 分散関係を，無次元波数K，無次元周波数Ωで示したもの．基本モード（$n=0$）と第1高調モードに対して示した．モード数が大きくなると共に，または，波数が小さくなると共に，曲率の効果が大きくなることがわかる．

Fig. 3 Dispersion relations in terms of K (non-dimensional wave number) and Ω (non-dimensional frequency). Two cases (fundamental mode and first higher mode) are shown. It is seen that effect of curvature increases as mode number n increases or as wave number K decreases.

と表わされる．ここに，c_0 は直線状海岸の場合の波速である．γ は，K が大きくなる，すなわち，波長が小さくなると共に，小さくなり，直線状海岸の場合の値に近くなる．また波速の増大比 γ は，波長に比例する．しかし，もちろん $K\gg 1/4$ という条件の下での話であるから，波長が半径 R に比べて十分小さい範囲でしかこのことは言えない．また，モード数 n と共に増大比 γ は大きくなり，たとえば，

$n=0$	1	2	3
$K\lvert\gamma\rvert=0.75$	1.25	1.95	2.68

となる．

モード数が小さいところでは，モード数が1つ大きくなるごとに5割程度ずつ増える．たとえば，基本モードの場合に，$K=4$ では波速が2割程度，内部領域の場合おそくなり，外部領域のとき速くなる．

図3には，分散関係 (K,Ω) を基本モードと第一高調モードの場合に示してある．モード数が大きくなると曲率の効果が相対的に大きく効いてくること，K の比較的小さい領域においては，内部領域の場合の方が，外部領域の場合より効果が大きいことなどが読みとれる．

ついで，摂動系の固有関数 $v_n^{(1)}$ を求めよう．$v_n^{(1)}$ は，

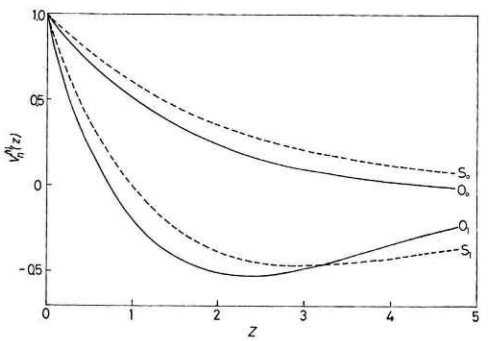


図 4　外部領域の場合には，そこにトラップされるエッジ波は，直線状海岸の場合よりもモード数が小さいとき強く岸にトラップされる傾向を持つ．点線は直線状海岸の場合の固有関数であり，実線が外部領域の場合である．

Fig. 4　Edge waves of lower mode along curved coast of cone-type island tend to be more strongly trapped in comparison with the case of straight coast. The dotted lines in the figure are eigenfunctions in the case of straight coast, and the full lines in the case of curved coast.

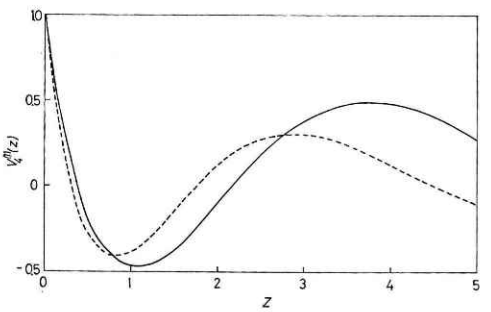


図 5　モード数 n が大きくなると，トラップされる度合いに及ぼす曲率の効果が単純には表われなくなり，ごく岸近くでは $n=4$ の場合に，むしろ，岸から離れる傾向を持つ．

Fig. 5　As mode number n increases the effect of curvature on the degree of trapping becomes complex. At very near the coast an edge wave with mode number 4 along the shore of conetype island is tended to be detached from the shore.

$$v_n^{(1)}(z)=v_n(z)\pm\varepsilon\sum_{p\neq n}\frac{U_{pm}}{\lambda_n-\lambda_p}v_n(z) \tag{40}$$

となる（たとえば，Morse and Feshbach, 1953）．(30)と(33)から，

$$\left.\begin{aligned}
v_n^{(1)}(z)&=v_n(z)\pm\varepsilon\left\{\frac{1}{2}n(n-1)v_{n-2}(z)-4n^2v_{n-1}(z)\right.\\
&\left.+4(n+1)^2v_{n-1}-\frac{1}{2}(n+2)(n+1)v_{n+2}\right\},\quad (n\geqq 2)\\
v_0^{(1)}(z)&=v_0(z)\pm\varepsilon\{4v_1(z)-v_2(z)\}\\
v_1^{(1)}(z)&=v_1(z)\pm\varepsilon\{-4v_0(z)+16v_2(z)-3v_3(z)\}
\end{aligned}\right\} \tag{41}$$

を得る．

図4は，$\varepsilon=1/20$，すなわち，$K=5$の場合の固有関数を基本モードと第1高調モードについて示したものである．これは$\varepsilon>0$であるから外部領域の場合についてのものであり，基本モードに関する限りは，(36)からわかるように，非摂動固有関数$v_0(z)$より岸にトラップされる程度がはなはなだしい．振幅の分布では，(23)，(28)からわかるように，

$$\hat{\phi}(z)=e^{\mp\varepsilon z}v_0^{(1)}(z) \tag{42}$$

となるので，$v_0^{(1)}$より岸の方にトラップされる傾向は，実際には更に強くなっている．内部領域の場合はこれとは逆に，岸から離れる傾向になる．しかし，これは，全てのモードに対して言えるのではなく，図5に示すごとく，$n=4$のときには，少なくとも岸から数えて最初の節点まではその傾向が低くなるようである．より厳密には，平均置を算定する必要がある．

4. 海底傾斜が'ゆっくり'変化する海岸を進行するエッジ波

津波の特定の地点における振舞いは，そこにおける水系の固有振動たるセイシュなどによって主に決定されるが，その固有振動を励起するものとして，海岸線に沿って伝播するエッジ波が一定の役割りを果していると考えられる．たとえば，1974年伊豆半島沖地震に伴う平塚における微弱な津波が，エッジ波の伝播として説明できることを都司（1975）が示唆し，また，Hatori and Takahashi (1964) は，1963年エトロフ津波が，日本の太平洋沿岸を陸棚に沿ってエッジ波として南下した可能性があることを示している．

津波の導波体である海岸の汀線は，直線であることはまれであり，一般に屈曲している．したがって，任意の形状の海岸線を有し，しかも海底地形も沿岸方向に任意に変わるような海岸を進行するエッジ波がどのように変形するものであるかを知ることは，津波推算上かなり重要な意味を持ってくる．

ここでは，海底の地形が岸方向に変化する場合に，そこを進行して行くエッジ波がどのように変形をするかを見積ることにする．最初に，最も簡単な場合で直線状海岸であって，海底傾斜が沖方向に対して一様である場合を取り扱う．すなわち，

$$s=s(y) \tag{43}$$

さらに，次のような仮定をおいて，解析を容易にする．海底傾斜 $s(y)$ の変化が小さい，すなわち，その変化がエッジ波の波長の間では，ほとんど目立たないという，いわゆる 'slowly varying' の仮定を置くのである．

このような問題を取り扱うのに最も適している方法が，Witham (1967) によって開発されている．ここではそれに従うことにする．我々はポテンシャル運動を考えているわけだから，境界値問題は，変分法に等価である (Luke, 1966)．ラグランジアン L は，

$$L=\int_{-h}^{\zeta}\left\{\phi_t+\frac{1}{2}(\nabla\phi)^2+gz\right\}dz \tag{44}$$

で与えられる．slowly varying の仮定によって局所的には，一様な edge 波と考えられるので，

$$\phi=\Phi(\theta,x),\quad \theta=ky-\omega t \tag{45}$$

となる．よって，

$$\phi_t=-\omega\Phi_\theta,\quad \phi_y=k\Phi_\theta \tag{46}$$

であるから，

$$L=(\zeta+h)\left(-\omega\Phi_\theta+\Phi_x{}^2+\frac{1}{2}k^2\Phi_\theta{}^2\right)+\frac{1}{2}g(\zeta^2-h^2) \tag{47}$$

となる．平均変分法を使うために，L の θ に関する1周期にわたる平均をとる．それを $\bar{L}$ とする．

$$\bar{L}=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}L\,d\theta \tag{48}$$

ここで，

$$\Phi=F(x)\cos\theta \tag{49}$$

とすると，

$$\bar{L}=\frac{1}{4}h\,F_x{}^2+\frac{1}{2}gh^2+\frac{1}{2}F^2\left(\frac{1}{2}k^2h-\frac{\omega^2}{2g}\right) \tag{50}$$

となる．ついで，

$$\bar{L}'=\int_0^{\infty}\bar{L}dx \tag{51}$$

として，変分をとると，

$$\delta F;\qquad h\frac{d^2F}{dx^2}+\frac{dh}{dx}\frac{dF}{dx}+\left(\frac{\omega^2}{g}-k^2h\right)F=0 \tag{52}$$

となって，確かに岸方向の振幅変化を与える微分方程式に一致する．したがって $F(x)$ として，この方程式の固有関数をとると，$\bar{L}'$ は

$$\bar{L}'=\bar{L}'(a,k,\omega\,;s) \tag{53}$$

となる．基準モードの場合には，

$$F=ae^{-kx} \tag{54}$$

であるので (Reid, 1958),

$$\bar{L}'=\frac{1}{8}\left(s-\frac{\omega^2}{kg}\right)a^2\equiv\frac{1}{8}G(k,\omega\,;s)\,a^2 \tag{55}$$

となる．ここに，aは岸におけるエッジ波の振幅である．パラメーターk,ωの変化の仕方は，平均変分法によって求めることができる，

$$\delta\iint\bar{L}'(a,k,\omega\,;s)\,dydt=0 \tag{56}$$

$$k=\theta_y,\quad \omega=-\theta_t \tag{57}$$

変分を実行すると，

$$\delta a\,;\qquad G=0 \tag{58 a}$$

$$\delta\theta\,;\ \frac{\partial}{\partial t}(G_\omega a^2)-\frac{\partial}{\partial y}(G_k a^2)=0 \tag{58 d}$$

が得られる．$G=0$は，正しく基準モードのエッジ波の分散関係になっている．線形近似の範囲では，平均化された Lagrangian は，一般に (55) の形になる (Witham, 1967) が，この場合もそうなっている．式(57)から，

$$\frac{\partial k}{\partial t}+\frac{\partial\omega}{\partial y}=0 \tag{59}$$

が得られ，(58 d)，(59)がエッジ波の変化を与える連立方程式になっている．以後は Witham (1967) の第 4.2 節と全く同様に話を進めることができる．エッジ波の群速度をcとすると．

$$c=-G_k/G_\omega \tag{60}$$

であるので，結局，k,aの変化を知るためには，

$$\frac{\partial k}{\partial t}+c\frac{\partial k}{\partial y}=0 \tag{61}$$

$$\frac{\partial a^2}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial y}(ca^2)=0 \tag{62}$$

を解けばよいことになる．

波数kが，特性曲線上，

$$\frac{dy}{dt}=c=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{sg}{k}} \tag{63}$$

で一定，

$$k=k_0 \tag{64}$$

である．特性曲線は，図 6 に示すように，エッジ波の進行方向に次第に深く

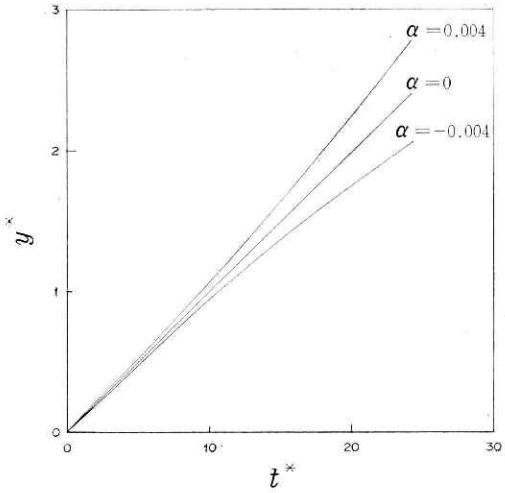


図 6 水底の傾斜角が変化するときの特性曲線．$\alpha>0$がエッジ波の進行方向に深くなるときに対応し，$\alpha>0$が浅くなるときに対応する．

Fig. 6 Characteristic curves of an edge wave. $\alpha=0$ corresponds to the case of constant slope, and $\alpha>0$ to the case that the slope increases as the wave travels.

なるとき，すなわち

$$\frac{ds}{dy}>0 \tag{65}$$

のとき，下に凸となり，浅くなるとき，上に凸となる．

ここでは，無次元化を，

$$y^*=k_0y,\quad t^*=t\sqrt{gk_0}$$

で行っている．そうすると無次元化した群速度 c^* は，

$$c^*=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k_0}{k}s} \tag{66}$$

となるのが，特性曲線上では，$k=k_0$ としてよいので $c^*=\frac{1}{2}\sqrt{s}$ となる．なお，$s=s_0+\alpha y^*$ とし，$\alpha=\pm0.004$ の場合が図には示してある．

また，特性曲線上で，

$$\frac{da}{dt}\equiv\frac{\partial a}{\partial t}+c\frac{\partial a}{\partial y}=-\frac{1}{2}\frac{\partial c}{\partial y}a$$

であるから，

$$\frac{da}{dt}=-\frac{1}{8}\sqrt{\frac{g}{ks}}\frac{ds}{dy}a \tag{67}$$

となり，深くなるとき，振幅 a が小さくなり，もっともらしい．

5. 曲率と傾斜が連続的に変化する場合

次いでより一般に曲線状の海岸で，前と同じように，一様傾斜海岸の傾斜角が連続的に変化する場合のエッジ波の変形の問題を考える．海岸の屈曲は，海岸線

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(\xi) \tag{68}$$

の各点 $\boldsymbol{r}(x,y)$ における曲率 κ

$$\kappa=\sqrt{\left(\frac{d^2x}{d\xi^2}\right)^2+\left(\frac{d^2y}{d\xi^2}\right)^2} \tag{69}$$

の分布で表現することができる(図7)．ここに ξ は，海岸線のある点からの距離である．κ の変化がエッジ波の波長に比べて十分ゆっくりしているとすると，任意の場所におけるエッジ波は，先に求めた一様曲率海岸にトラップされているエッジ波として振舞うと考えてもよいであ

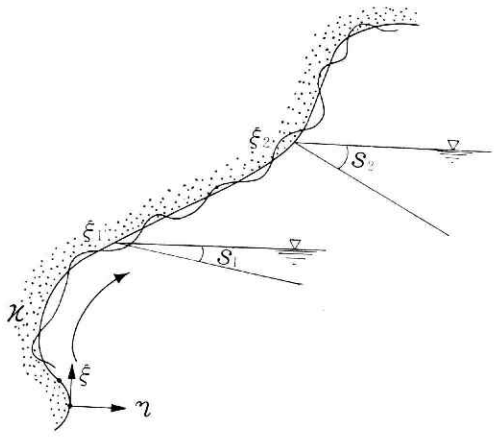


図 7　曲率，傾斜角がゆっくり変わる沿岸る進行するエッジ波．

Fig. 7　An edge wave undergoes modification in its amplitude and wave number in the process of travelling along arbitrary curved coast with non-uniform bottom slope.

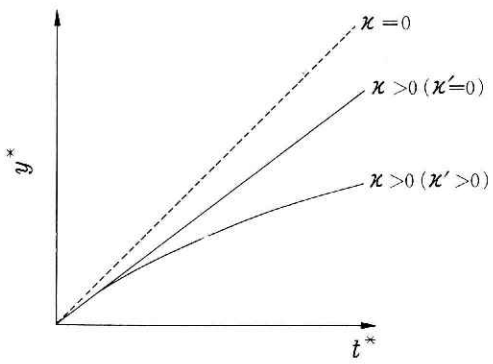


図 8　曲率がエッジ波の進行方向に変わるときの特性曲線．点線で示した（$\kappa=0$）のが直線状の海岸の場合．曲率一定の外部領域の場合と，曲率が進行方向に大きくなる場合（$\kappa'=0$）が示されている．

Fig. 8　Characteristic curve of an edge wave along the coast with varying curvature. The dotted line ($\kappa=0$) corresponds to the case of the straight coast, the full line ($\kappa'=0$) to the case of the constant curvature and the full line ($\kappa'>0$) to the case that the curvature increases as the wave travels.

ろう．

線形近似の範囲では，平均化ラグランジアン $\bar{L}'$ は，

$$\bar{L}'=G'(k,\omega\,;s,\kappa)a^2 \tag{70}$$

となる．ここには，$G'(k,\omega\,;s,\kappa)=0$ は曲率一定（$\kappa=$const），一様傾斜（$s=$const）の海岸にトラップされるエッジ波の分散関係を与えるはずであるから，先の結果から，

$$G'\propto s(1+6\varepsilon)-\frac{\omega^2}{kg}$$

$$=s\left(1+\frac{3}{2}\frac{\kappa}{k}\right)-\frac{\omega^2}{kg} \tag{71}$$

となる．

エッジ波の伝播に伴う振幅や波数の変化は変分法を伴うと容易に調べることができる．すなわち，

$$\frac{\partial k}{\partial t}+c'\frac{\partial k}{\partial y}=0, \tag{72}$$

$$\frac{\partial a^2}{\partial t}+\frac{\partial c'a^2}{\partial y}=0 \tag{73}$$

となる．ここで，c' は，群速度で

$$c'\equiv -G'_k/G'_\omega$$

$$=\frac{\omega}{2k}-\frac{3s\kappa g}{4k\omega}$$

$$\doteqdot\frac{1}{2}\sqrt{\frac{gs}{k}}\left(1-\frac{3}{4}\frac{\kappa}{k}\right) \tag{74}$$

である．特性曲線は，図7に示すように，傾斜を一定とすると一定曲率の場合には，直線状海岸と同様に直線となり，外部領域の場合，群速度が小さくなる．これに対して，曲り方が進行方向に対して増加する場合には上に凸となる．エッジ波の振幅の変化は，κ, s の海岸に沿っての分布，

$$\kappa=\kappa(\xi),\quad s=s(\xi) \tag{75}$$

が与えられれば，特性曲線上で $k=k_0$ であり，

$$\frac{da}{dt}=-\frac{1}{2}\frac{\partial c'}{\partial \eta}a \tag{76}$$

であるから，計算することができる．

6. 結　　論

海岸が直線状からずれて，曲率を持つ場合の内で最も簡単な状況である円形の海岸にトラップされる長波の特性について，定量的な議論を行った．分散関係で見ると，第1近似では内部領域の場合に波速に大きくなり，基本モードと第1高調モードでは内部領域の場合に岸にトラップされる程度が低くなり，外部領域では高くなる．

また，直線状の海岸線を有し局部的に一様な海底傾斜を有する沿岸をエッジ波が伝播する場合，さらに一般に海岸線もゆるやかに変化する沿岸を伝播する場合について，エッジ波の振幅や波長の変化の仕方を与える方程式を，平均変分法を用いて導いた．

付　　記

本研究は，昭和50～52年度特別研究促進調整費による「相模湾周辺における長周期波に関する総合研究」の内，当センターが担当した「浅海域における長周期波の変形過程の研究」の一環として行ったものである．

参 考 文 献

1) Courant, R. and D. Hilbert (1931): *Methoden der Mathematischen Physik.* Verlag von Julius Springer（斎藤利弥監訳，東京図書株式会社）.
2) Hatori, T. and R. Takahasi (1964): On the Iturup tsunami of Oct. 13, 1963, as observed along the coast of Japan. *Bull. Earthq. Res. Inst.*, **42**, 543.
3) 今井　功 (1970)：流体力学，岩波全書
4) Ippen, A.T. and Y. Goda (1963): Wave-induced oscillations in harbors; the solution for a rectangular harbor connected to the open sea. *Hydrodynamics Lab*; MIT, TR No. 59.
5) Lee, J. (1971): Wave-induced oscillations in habours of arbitrary geometry. *J. Fluid Mech.*, **45**, 375.
6) Longuet-Higgins, M.S. (1967): On the trapping of wave energy round islands. *J. Fluid Mech.*, **29**, 781.
7) Luke, J.C. (1967): A variational principle for a fluid with a free surface. *J. Fluid Mech.*, **27**, 395.
8) Miles, J. and W.H. Munk (1961): Harbor paradox. *J. Waterways and Harbors Div.* Proc., Ameri, Soc. Civ. Eng., **87**, 111.
9) Morse, P.M. and H. Feshbach (1953): *Methods of Theoretical Physics.* McGraw-Hill Book Comp. Inc.
10) Reid. R.O. (1958): Effect of coliolis force on edge waves. (I) Investigation of the normal modes. *J. Mar. Res.*, **16**, 109–44.
11) 都司嘉宣 (1975)：伊豆半島沖地震による津波について，海洋科学，**11**，55.
12) Witham, G.B. (1967): Variational methods and applications to water waves. *Proc. Roy. Soc.* A, **299**, 6.

(1978年12月6日　原稿受理)