陸棚斜面による長周期波の部分反射

著者	都司 嘉宣
雑誌名	国立防災科学技術センター 研究報告
巻	15
ページ	145-157
発行年	1976-01
URL	http://doi.org/10.24732/nied.00000732

551.466

陸棚斜面による長周期波の部分反射

都　司　嘉　宣*

国立防災科学技術センター平塚支所

Partial Reflection of Long Period Wave Propagating in the Sea Region of Continental Slope

By

Yoshinobu Tsuji

Hiratsuka Branch, National Research Center for Disaster Prevention
No. 9-2, Nijigahama, Hiratsuka, Kanagawa-ken

Abstract

The reflection ratio of long period wave propagating in the sea region of continental slope is estimated on the assumption that the wave length is sufficiently long compared with the width of the continental slope. In the case that the ratio of the depth of the edge of continental shelf D_3 to the depth at the outside end of the slope D_1 is less than 0.1, the reflection ratio of energy would be more than 0.3, and so in this case Green's formula, which is induced on the assumption of conservation of energy and gives the relationship between depth and wave hight, cannot be adopted. The wave height of the transmitted wave at the outside edge of continental shelf would be less than twice of that at the deeper side of the slope, in contrast to that Green's formula gives the height of wave to be infinite in the case of very shallow continental shelf.

1. 序　　論

津波，高潮，潮汐など周期が1分以上である水位変動を長周期波という．長周期波の特徴は，水深に対して波長が非常に長いことである．例えば津波の場合，周期は数分から数十分であって，水深 4000 m の深海底海域を伝わる時の波長は数十 km から数百 km に達し，水深の約100倍から1000倍になる．高潮や潮汐の場合にはこの比率はさらに大きくなる．

このように波長が水深に対して非常に長い波は長波とよばれ，その伝わる速度は重力加速度を g，水深を D とすると $\sqrt{gD}$ で表わされる．

このような長周期波は，大陸棚や深海底海域など，海底傾斜の比較的緩やかな海域を伝わる時には，ほとんど反射を起さない．したがってそういう海域を伝わる長周期波の波高は，

* 沿岸防災第1研究室

エネルギーの保存を仮定して導かれた Green の公式に従って，水深の4分の1乗に反比例して変化する．このように水深の変化が緩やかで，反射の影響が無視できるという条件に加えて，さらに非線型性を考慮したり (Grimshaw 1970, Johnson 1973, Shuto 1973 など)，屈折・回折の現象を考慮したり (Putman and Arthur 1948 など)，海底の摩擦を考慮したり (Defant 1961 など)，さまざまな方向へ数多くの研究がなされている．

ところで大陸棚の外縁には一般に陸棚斜面とよばれる海底傾斜の急な，幅が数 km からせいぜい十数 km の帯状の海域がある．この海域では水深は約 200 m から，数百 m ないし数千 m に急に深くなる．たとえば 図1は平塚沖 5 km から 13 km にいたる海底地形の断面図であるが，ここでも明瞭な陸棚斜面が現われている．その幅は約 4 km で，この間で水深は約 150 m から 600 m になっている．

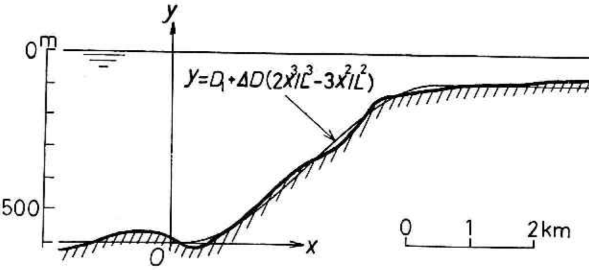

図 1 平塚沖の陸棚斜面．海岸から 5 km から 13 km までの東経 139°25′ の経線に沿った海底断面（太実線）と，(1)式のあてはめ (L=4 km, ΔD=450 m, 細実線)

Fig. 1 An example of the shape of continental slope. Sagami-Bay, off Hiratsuka, 60 km south-west of Tokyo. Fine line denotes the modeled slope described by the equation (1).

このように陸棚斜面の幅は，長周期波の波長に比べてはるかに小さな水平スケールであるということができる．すなわち長周期波にとって，このような陸棚斜面は，決して水深は緩やかに変化していると見なすことはできない．このような場所では「屈折率の異なる2つの媒質の境界では，光のエネルギーは一部反射する.」という光学上の法則からの類推によって，長周期波のエネルギーの一部が反射波となって来た道を引き返し，残りが透過波となって大陸棚へ進入することが予想される．つまり陸棚斜面の海域では，水深の変化がゆるやかであるという仮定の下になされた数多くの研究結果は適用できないであろうと予想される．

津波や高潮の予測には，しばしば2次元の数値シミュレーションが行なわれる．これは対象とする海域を，一定間隔の格子でおおい，差分化した運動方程式と連続方程式に従って，各点での水位，流速を逐次計算してゆくものである．その際，格子間隔を狭くすればするほど，実際の現象により近いものを数値的に再現することができると考えられるのではあるが，つぎのような事情で格子間隔はむやみに狭くできない．いま格子間隔を N 分の1にしたとすると，もとと同じ面積のシミュレーションを行うためには記憶量は N^2 倍に増える．またそのときには計算の収束性の問題から，単位時間ステップも N 分の1にしなくてはならないので，結局計算量は N^3 倍に増える．したがって大容量の計算機を長時間使用できるような環境にあったとしても，格子間隔をせまくすることによって良い結果を得ようという構想はたちまち行き詰まってしまう．また津波の予測をする場合震源海域付近の海底の隆起

沈降分布の情報があまり正確に把握されていないときには，格子間隔だけ狭くして計算しても実測津波に合う結果が得られるわけでもない．

このようなわけで相田（1969, 1972），都司（1975）などによって行われた比較的小規模な津波のシミュレーションでも格子間隔は 3 km から 20 km ぐらいのものが採用されている．

ところでこのようなシミュレーションに際して採用される海底地形の値は，一般に各格子点での水深値そのものか，あるいは格子点周辺の格子1区画分の面積の水深の平均値が採用される．いずれにしろ格子間隔が上に述べたような理由で小さくとれないときには，幅がせいぜい十数 km の陸棚斜面のところでは，全体として特徴ある急な傾斜地形が平均化されてしまって，実際よりずっと緩やかな海底地形の情報にもとづいてシミュレーションが行なわれる．これでは陸棚斜面による反射の影響を正しく反映したシミュレーション結果が得られないのは当然である．

このように水深が急変する海域での波の反射，透過の問題は，津波や高潮の予報に際しても重要な問題ではあるが，このような問題を研究した例は大変少い．吉田（1950）の研究はこの数少い中の一つであるがその論文の結論として与えてある反射波高の計算公式には，海底地形を被積分関数として含んだ，無限積分級数の形で表わされたパラメータが4つも含まれ，具体的に海底地形と波長を与えて反射波，透過波の強さなどを得るためには計算機による何度もの数値積分を行なわなければならず，陸棚斜面の幅，高さなどと反射率の関係など，実際的な議論をするには大変不便である．

ここでは陸棚斜面の形状を3次式で近似し，斜面の長さがやって来る長周期波の波長に比べて十分小さな量であると仮定してその比を1次微小量と考えた逐次近似法によって，長周期波がこのような陸棚斜面の所でそのエネルギーの何割が反射波となって押し戻され，何割が透過波となって大陸棚上に進入し，海岸に押し寄せるかを考察することにする．ここで得られる結論によって初めて，津波，高潮などのシミュレーション結果と，実測して得られたこれらの資料の間の有意義な相互比較ができるようになるであろう．

2. 計算の方法

2.1 棚陸斜面のモデル化

深海底海域，陸棚斜面，および大陸棚海域を簡単のためにおのおの領域Ⅰ，Ⅱ，およびⅢとよぶ．長周期波の陸棚斜面での反射と透過の問題に話を限定するため，領域Ⅰと領域Ⅲでは水深は一定と仮定し，おのおの D_1, D_3 とする．（以下数字の添え文字は各領域に関する量であることを示す．）また領域ⅠとⅡ，ⅡとⅢの境界面を A, B とよぶ（図2）．境界面Aの海底に原点 O をおき x 軸を陸方向にとる．大陸斜面の形を次のような x の3次式で近似する．

$$D_2(x)=D_1+\Delta D(2x^3/L^3-3x^2/L^2) \quad (0\leqq x\leqq L) \tag{1}$$

ここで L は陸棚斜面の長さである．ΔD は領域Iと領域IIIの深さの差 D_1-D_3 である．これを陸棚斜面の高さとよぶことにする．例えば図1太実線で示されている平塚沖の陸棚斜面に対して $L=4\,\text{km}$, $\Delta D=450\,\text{m}$ として (1) 式を当てはめると細実線のようになる．(1) 式は実際の陸棚斜面の形をよく近似していると考えてよいであろう．

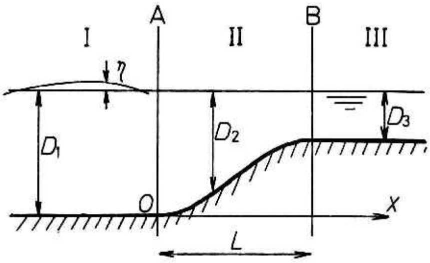

図 2　モデル化した陸棚斜面
Fig. 2　Modeled continental slope and the co-ordinate system.

2.2 基　本　式

長波近似を仮定し，粘性，海底摩擦，地球回転の影響，および非線型項を無視すると，運動方程式は，

$$\frac{\partial u}{\partial t}=-g\frac{\partial \eta}{\partial x} \tag{2}$$

となる．また連続方程式は，

$$\frac{\partial \eta}{\partial t}=-\frac{\partial (Du)}{\partial x} \tag{3}$$

となる．ここで u は流速の x 成分，η は水位，g は重力の加速度である．以下の議論では正弦波的に変化する物理量を取り扱うので，複素数で表わされる量が出てくることがある．そのときには複素数の絶対値がその正弦波的変化の振幅を，偏角がある基準時間 $t=0$ における位相のおくれを表わしていると解釈する．

沖合から，つまり領域Iの左方無限遠から入射して来る長周期波の水位 η_I が，

$$\eta_I=a_I e^{i(kx-\sigma t)} \tag{4}$$

で表わされるとすると，各領域で誘起される流速，水位もすべてこれと同一の周期で正弦波的変化をするはずである．つまり，

$$u_r=\hat{u}_r(x)e^{-i\sigma t}$$

$$\eta_r=\hat{\eta}_r(x)e^{-i\sigma t} \quad (r=1,\,2,\,3)$$

と独立変数が分離される．これらを (2), (3) に代入すると，

$$i\sigma\hat{u}_r=g\frac{d\hat{\eta}_r}{dx} \quad (r=1,\,2,\,3) \tag{5}$$

$$i\sigma\hat{\eta}_r=\frac{d}{dx}(D_r u_r) \quad (r=1,\,2,\,3) \tag{6}$$

ここで次のような変換によって無次元化を行う．

$$x'=\frac{\sigma x}{\sqrt{gD_1}},\quad \varepsilon=\frac{\sigma}{\sqrt{gD_1}}L,\quad \Delta D'=\Delta D/D_1$$

$$D'_1=D_1/D_1=1,\ D'_2=D_2/D_1=1+\Delta D'(2\varepsilon^{-3}x^3-3\varepsilon^{-2}x^2)$$

$$D'_3=D_3/D_1,\ \eta'_1=\hat{\eta}/a_I,\ q'=-\frac{i\hat{u}D}{a_I\sqrt{g\,D_1}}$$

ここで ε は陸棚斜面の長さと入射波の波長の比に 2π をかけたもので，今の問題ではこの値を微小量の単位とする．この x' 座標では領域 II の範囲は $0\leqq x'\leqq\varepsilon$ の区間に相当する．q' は流量 $u\times D$ を無次元化したものである．これらの量を使って (5), (6) を書きなおすと，それぞれ

$$D'_r\frac{d\eta'_r}{dx'}=-q'_r \quad (r=1,\ 2,\ 3) \tag{7}$$

$$\frac{dq'_r}{dx'}=\eta'_r \qquad (r=1,\ 2,\ 3) \tag{8}$$

を得る．本論文を通じ無次元量は $'$ をつけて表わす．

2.3 領域 I，III における解

領域 I，III では水深が一定である．ここを伝わる水位の振幅が a'_1, a'_3 の各正弦波を仮定すると，

$$\eta'_1=a'_1e^{ik_1'x'},\ \eta'_3=a'_3e^{ik'(x'-\varepsilon)} \tag{9}$$

これを (7), (8) 式に代入して流量 q'_r を消去すると，波数 k'_r に対する固有値が定まって，

$$k'_1=\pm1 \quad k'_3=\pm1/\sqrt{D'_3} \tag{10}$$

となる．これらの式を次元のある形で書くと

$$k_1=\pm\frac{\sigma}{\sqrt{gD_1}},\quad k_3=\pm\frac{\sigma}{\sqrt{gD_3}}$$

波速を c_1, c_3 とすると $c=\sigma/|k|$ だから，

$$c_r=\sqrt{gD_r} \quad (r=1,\ 3) \tag{11}$$

となって，(10)式は長波の速度を表わす式に他ならないことがわかる．

k'_1, k'_3 がこのように定まると流量 q'_r を a'_r $(r=1,\ 3)$ 使って，

$$q'_1=-ik'_1a'_1e^{ik_1'x'},\ q'_3=-ik'_3D'_3a'_3e^{ik_3'(x'-\varepsilon)} \tag{12}$$

と書くことができる．具体的にどのような波を考えるかは 2.5 節で決めることにして，とにかく領域 I，III 内で水位と流量の満たすべき簡単な関係式(12)が求まった．

2.3 領域 II における解

η'_2, q'_2 をテーラー展開して，

$$\eta'_2=y_0+y_1x'+y_2x'^2+\cdots \tag{13}$$

$$q'_2=z_0+z_1x'+z_2x'^2+\cdots \tag{14}$$

とおく．$0\leqq x'\leqq\varepsilon$ であるから x' も領域 II では 1 次の微小量である．これらを(7), (8) に代入すると，

$$\begin{aligned}&\{1+\Delta D'(2\varepsilon^{-3}x'^3-3\varepsilon^{-2}x'^2)\}(y_1+2y_2x'+3y_3x'^2+\cdots)\\&=-(z_0+z_1x'+z_2x'^2+\cdots)\end{aligned} \tag{15}$$

および，

$$z_1+2z_2x'+3z_3x'^2+\cdots=y_0+y_1x'+y_2x'^2+\cdots \tag{16}$$

が得られる．これらの式の定数項，x' の項，x'^2 の項，$\cdots$ などの各係数をとり出し，y_0，z_0 を既知数のようにして順次 $y_1, z_1, y_2, z_2, \cdots$ を定めてゆくと次のような結果が得られる．

$$
\begin{aligned}
&y_1=-z_0,\\
&z_1=y_0,\\
&y_2=-y_0/2,\\
&z_2=-z_0/2,\\
&y_3=-(1-6\varDelta D'\varepsilon^{-2})/6\\
&z_3=-y_0/6\\
&y_4=\{(1-18\varDelta D'\varepsilon^{-2})y_0+12\varDelta D'\varepsilon^{-3}z_0\}/24\\
&z_4=(1-6\varDelta D'\varepsilon^{-2})/24\\
&\cdots\cdot
\end{aligned}
$$

x' の5次以上の項を省略することにすれば，結局(13)，(14)式の右辺はすべてその定数項 y_0，z_0 で表わされたことになった．

2.5　境界面 A，B における条件

今の問題で領域 I に現われる波は2種類あり，1つは左方無限遠からやって来る入射波 I であり，他の1つは左方無限遠に遠ざかって行く反射波Rである（図3）．また領域 III には右方無限遠に遠ざかってゆく透過波Tだけが現われる．

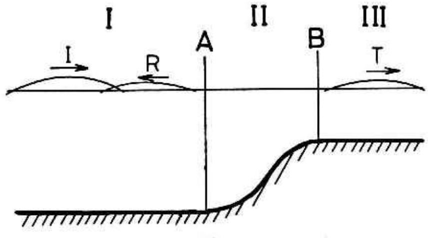

図 3
Fig. 3　Three types of waves to be considered.

さて二つの境界面 A, B ではともに水位と流量が連続していなくてはならない．上に述べた3種類の波の振幅を，位相の遅れの意味も含めて複素数値をとることを許して，それぞれ a_{I}，a_{R}，a_{T} とする．この3つの量を a_{I} で割って無次元表示をする．すなわち，

$$a'_{\mathrm{I}}=a_{\mathrm{I}}/a_{\mathrm{I}}=1,\ a'_{\mathrm{R}}=a_{\mathrm{R}}/a_{\mathrm{I}},\ a'_{\mathrm{T}}=a_{\mathrm{T}}/a_{\mathrm{I}}$$

となる．おのおのの波に伴う流量は(12)式で与えられる．

境界面Aでの水位の連続条件は，

$$a'_{\mathrm{I}}+a'_{\mathrm{R}}=[\eta'_2]_{x'=0}$$

すなわち，

$$1+a'_{\mathrm{R}}=y_0 \tag{17}$$

となる．流量の連続条件は入射波の場合 $k'_1=1$，反射波の場合 $k'_1=-1$ であることに注意して，

$$-i(1-a'_{\mathrm{R}})=z_0 \tag{18}$$

となる．

同様に境界面Bでの水位および流速の連続条件は，

$$a'_{\mathrm{T}}=[\eta'_2]_{x'=\varepsilon}$$

$$-i\sqrt{D'_3}\,a'_{\mathrm{T}}=[q'_2]_{x'=\varepsilon}$$

で与えられる．2.4節で求めた右辺の値を代入すると，これらの関係式は次のように書くことができる．

$$\begin{pmatrix} a'_{\mathrm{T}} \\ -i\sqrt{D'_3}\,a'_{\mathrm{T}} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} S_{11}, & S_{12} \\ S_{21}, & S_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} \tag{19}$$

ここで，

$$S_{11}=1-\varepsilon^2/2+(1-18\Delta D'\varepsilon^{-2})\varepsilon^4/24$$

$$S_{12}=(-1+\Delta D'/24)\varepsilon+(1-6\Delta D'\varepsilon^{-2})\varepsilon^3$$

$$S_{22}=\varepsilon-\varepsilon^2/6$$

$$S_{22}=1-\varepsilon^2/2+(1-6\Delta D'\varepsilon^{-2})\varepsilon^4/24$$

である．(19)式に(17)，(18)式を代入すると，

$$\begin{pmatrix} a'_{\mathrm{T}} \\ -i\sqrt{D'_3}\,a'_{\mathrm{T}} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} S_{11}, & S_{12} \\ S_{21}, & S_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1+a'_{\mathrm{R}} \\ -i(1-a'_{\mathrm{R}}) \end{pmatrix} \tag{20}$$

が得られる．(20)式は a'_{T}，a'_{R} を未知数とする複素2元1次連立方程式であるから，極めて容易に解くことができる．

(20)式を見てわかるように，この方程式の解は ε と $\Delta D'$，または ε と D'_3 のみによって定まる．すなわち入射波の波長と陸棚斜面の長さの比，および大陸棚での水深と深海底海域との水深の比という2つのパラメータが決まれば，陸棚斜面にやって来た長周期波の反射率，透過率，およびそれぞれの波の位相のずれが決まることがわかる．

具体的には，複素数で表わされた a'_{T}，a'_{R} が求まると，その絶対値をとることにより各波の振幅が，その偏角をとって位相の遅れをそれぞれ計算することができる．

2.6　領域 II におけるエネルギー収支と打ち切り誤差

いま領域IIに注目して，ここに入射し，またはここから出て行く3つの波によるエネルギーの収支を計算する．一般に非線型を無視して解いた，微小振幅波の場合，単位幅，単位長さ当りの平均エネルギー T は，

$$T=\frac{1}{2}\rho g a^2 \tag{21}$$

で与えられる．(たとえば Lamb (1932) art 230) 長波の場合，エネルギーの伝わる速度は位相速度 $\sqrt{gD}$ に等しい．したがって入射波がA面を通じて領域IIに持ち込むエネルギー E_{I} は平均して単位時間当り

$$E_{\mathrm{I}}=T_{\mathrm{I}}\sqrt{gD_1}=\frac{1}{2}\rho g^{3/2}|a_{\mathrm{I}}|^2 D_1^{1/2}$$

となる．一方反射波がA面を通じて領域IIから持ち去るエネルギー E_{R} は，同じく，

$$E_{\mathrm{R}}=T_{\mathrm{R}}\sqrt{gD_1}=\frac{1}{2}\rho g^{3/2}|a_{\mathrm{R}}|^2 D_1^{1/2}$$

となる．また，透過波がB面を通じて領域IIから持ち去るエネルギー E_{T} は，同じく，

$$E_{\mathrm{T}}=T_{\mathrm{T}}\sqrt{gD_3}=\frac{1}{2}\rho g^{3/2}|a_{\mathrm{I}}|^2 D_3^{1/2}$$

となる．ところで時間平均的には，領域IIでエネルギーは増加も減少もしないはずであるから，

$$E_{\mathrm{I}}=E_{\mathrm{R}}+E_{\mathrm{T}}$$

でなくてはならない．すなわち，

$$|a_{\mathrm{I}}|^2=|a_{\mathrm{R}}|^2+|a_{\mathrm{T}}|^2(D_3/D_1)^{1/2}$$

がなりたつ．無次元で表示すると

$$|a'_{\mathrm{R}}|^2+|a'_{\mathrm{T}}|^2\sqrt{D'_3}=1 \tag{22}$$

ところが ε の値が1に比べて小さくなく，2.5節で省略した第5次以上の項が無視できないときには，(22)式で表わされたエネルギー収支の関係式が満たされなくなってくる．いま $\varDelta D'$ と ε のいろいろな値を与えて(20)式の関係から a_{R}，a_{T} を定めたとき，高次項を無視したことが合理的であったか否かは，そうして得られた値が(22)式を満足しているかどうかによって判定することができる．

3. 結　　果

3.1 計算結果

以上述べて来た手続に従って計算した結果を図4から図9に示す．各図ともに横軸に2つのスケールが描いてあって，上の尺度は ε^{-1} の値，下のはそれに 2π を乗じた値，すなわち入射波の波長の陸棚斜面に対する比が目盛ってある．また2.6節で述べた領域II におけるエネルギー収支の関係式 (22) に対して，10% 以上の相対誤差を生ずる $\varepsilon^{-1}\leqq0.8$ の部分は表示していない．またこの誤差が10%以内に収まった場合も，(22)式が完全に満足されるように，反射波，透過波の各

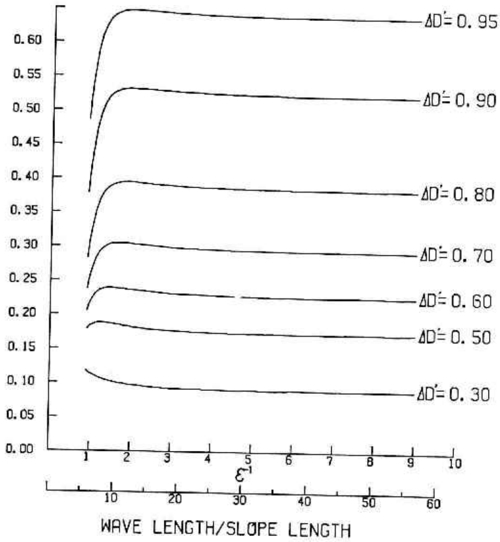

図 4　反射波の振幅 a'_{I}

Fig. 4 Amplitude of the reflected wave. Amplitude of incident wave is assumed to be unity. $\varDelta D'$ denotes the relative height of the continental slope.

エネルギーの比例配分を行い，波高の逆算修正した値を図示した，

図4，図7はそれぞれ反射波および透過波の相対波高で，図5，図8は同じく相対エネルギー（共に入射波のそれらを1とする）を示す．図5を反射率の，図8を透過率のグラフとよぶこともできる．例えば $\Delta D'$ の値が 0.6 の時，すなわち大陸棚での水深が深海底での水深の 0.4 倍のときには，入射波のエネルギーのわずか 5% 程度の反射波しか現われないことがわかる．これに対して図1の平塚沖の大陸斜面では $\Delta D'=0.75$ だから，約 10% からのエネルギーが反射波となる．さらに例えば，千葉県野島崎沖合のように，陸棚斜面の所で水深が 100 m から一気に 2000 m に急変している場合には，$\Delta D'=0.95$ であるから，25% から 40% ものエネルギーが反射することが分る．波高で言うと，この場合には入射波の 50% から 65% の高さの反射波が発生することを意味する．ほとんどの場合，$\varepsilon^{-1}=1.8$ のあたり，つまり入射波長が陸棚斜面長の 10 倍ぐらいのときに，反射率は最大となっていて，この値より小さいときには，反射率は急速に小さく，大きいときにはゆっくり減少して一定値に近づく傾向をみせている．図7によると，大陸棚上での透過波の波高は，常に入射波の波高より高くなっている．つまり津波などでよく知られているような，水深が浅くなってエネルギーがせまい空間に押し縮められることによる「せり上り効果」が現われているのである．透過波高の値は $\Delta D'$ が大きいほど大きくなっている．ここで注意しなければならないことは，このことから直ちに「$\Delta D'$ が大きい陸棚斜面の背後の海岸は，津波や高潮に対して危険である」という結論を出してはならないということである．事実はこの逆

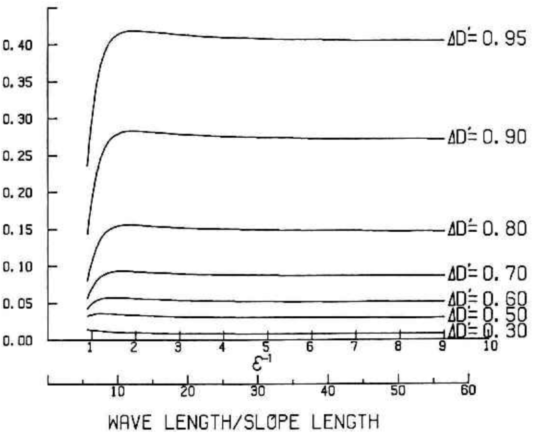

図 5 反射波のエネルギー E_1'. 反射率

Fig. 5 Reflection ratio of long period wave.

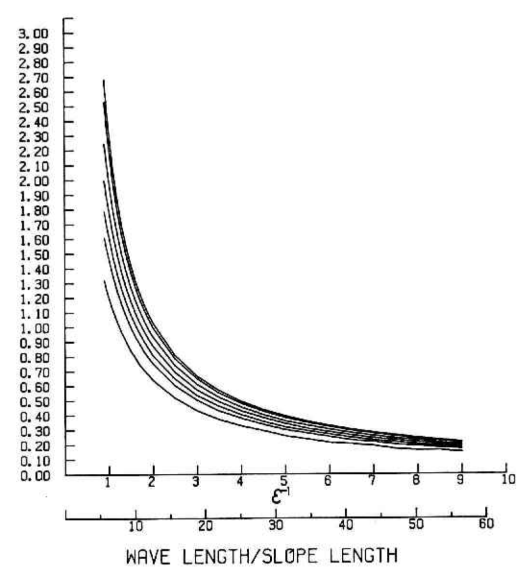

図 6 反射波の位相角の遅れ．ラジアン単位．上から順に $\Delta D'=0.95$, 0.90, 0.80, 0.70, 0.60, 0.50, 0.30 の各場合を示す．

Fig. 6 Delay phase angle of the reflected wave.

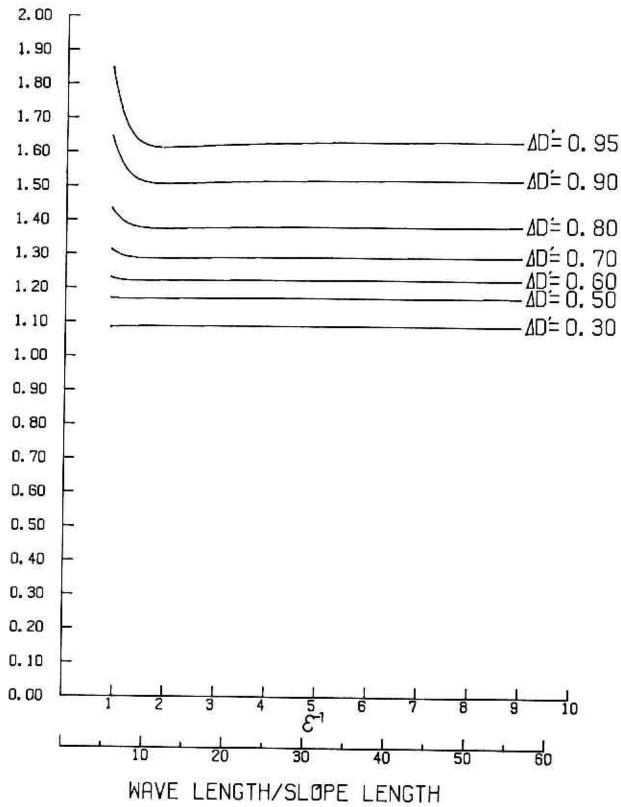

図 7　透過波の振幅 a'_T
Fig. 7 Amplitude of the transmitted wave.

になる．その理由を調べるために，次のような例で考えてみる．今，水深 2000 m の深海域に地震が発生し，振幅 a_I の津波が起ったとする．一方海岸には P, Q という 2 つの港があって，その前面の大陸棚の最先端，陸棚斜面と接する点での水深がそれぞれ 400 m，100 m であるとすると $\Delta D'$ の値は 0.8, 0.95 となる．図 7 によると，その点での透過波の振幅はそれぞれ $1.4a_I$, $1.6a_I$ となる．たしかに $\Delta D'$ が大きいほどこの大陸棚先端での波高は高くなる．さて P, Q 両港の港口の水深が共に 5 m であるとする．傾斜の緩い大陸棚上では，反射波はほとんど発生しないから，大陸棚上を湾口に達するまでの間は，津波の振幅は

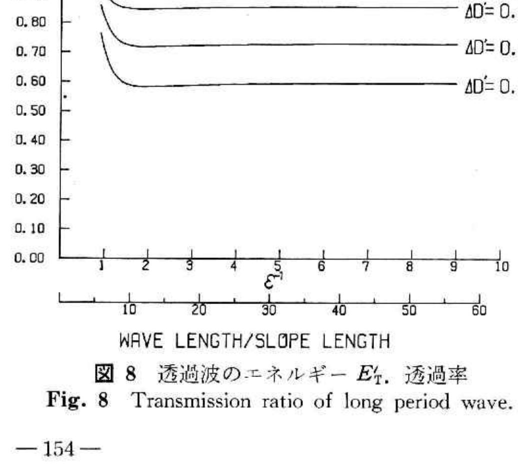

図 8　透過波のエネルギー E'_T．透過率
Fig. 8 Transmission ratio of long period wave.

Greenの法則により，水深の1/4乗に反比例しながら進行する．すなわち大陸棚最先端での波高 a_{B} と，湾口での波高 a_{H} の間には，D_{B}，D_{H} をそれぞれの場所の水深として，

$$\frac{a_{H}}{a_{B}}=\left(\frac{D_{B}}{D_{H}}\right)^{1/4} \qquad (28)$$

が成立つ．この式に基づいてP港の港口での振幅 a_{HP} を求めると，

$$a_{HP}=1.4a_{I}\left(\frac{400}{5}\right)^{1/4}=4.2a_{I}$$

同様にQ港の港口での振幅 a_{HQ} は

$$a_{HQ}=1.6a_{I}\left(\frac{100}{5}\right)^{1/4}=3.4a_{I}$$

となって $\Delta D'$ の大きいQ港の方が，押し寄せてくる津波の高さは低くなる．この間の事情はふしぎでも何でもない．$\Delta D'$ が大きいほど多くの反射エネルギーが，陸棚斜面の所で沖合へ逆戻りさせられるからである．

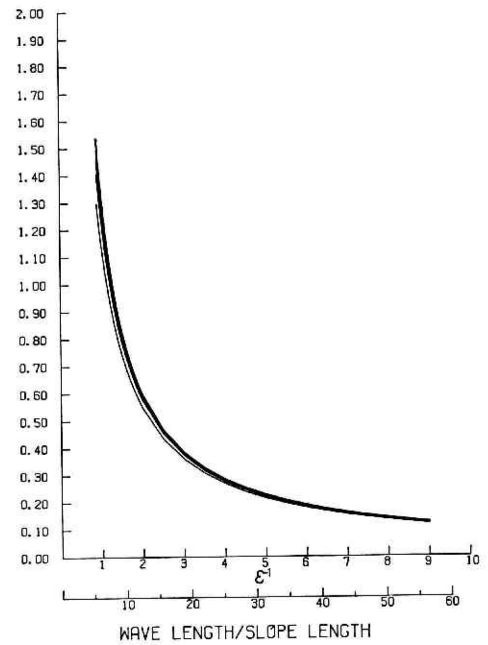

図 9 透過波の位相角の遅れ，ラジアン単位．記号については図6の注参照

Fig. 9 Delay phase angle of transmitted wave.

一般に，港口での波高は反射波のエネルギー分だけ，Greenの法則を陸棚斜面に適用して計算した場合より小さな値となっているはずである．その差は，反射波のエネルギーの割合の小さい，$\Delta D'$ が0.5以下の場合には，あまり問題とならないであろうが，$\Delta D'$ が1に近くなるにつれて，反射波の持ち去るエネルギーの割り合いが大きくなり，両者による計算振幅の差は大きくなるであろう．$\varepsilon^{-1}\to\infty$ の場合に対してこの間の事情を次節で詳しく述べることにする．

図6，図9は入射波に対すの反射波，透過波のA面B面における位相の遅れをそれぞれ示している（単位はラジアン）．位相については $\Delta D'$ の値はさほど影響しないので，$\Delta D'$ を変えたいろいろな場合を表わす線はほとんど重なってしまう．どの場合も $\varepsilon^{-1}\to\infty$ のとき，位相の遅れは0に漸近する．反射波についていえば陸棚斜面の長さが短くなると，反射の様式がしだいに矩形湾の湾奥での反射形式に似て，入射波とともにA面で定常波の「腹」を形成するようになる傾向をもつことを意味する．

さて図4，5，7，8において，ε^{-1} が5より大きいときには値はほとんど変らないように見える．ε^{-1} が大きいとき反射波，透過波の振幅，エネルギーがどのような値に漸近するかを，次節で調べてみよう．

3.2 $\varepsilon^{-1}\to\infty$ の場合の解

入射波の波長が，陸棚斜面の長さに比べて非常に長い場合について調べる．この時には

(19), (20)式に現われた行列 $S_{ij}\,(i,\ j=1,\ 2)$ が単位行列になるから，(20)式の関係は大変簡単になって，

$$a'_{\mathrm{T}}=1+a'_{\mathrm{R}}$$

$$\sqrt{D'_3}\,a'_{\mathrm{T}}=1-a'_{\mathrm{R}}$$

となり，ただちに

$$a'_{\mathrm{R}}=\frac{1-\sqrt{D'_3}}{1+\sqrt{D'_3}} \qquad (24)$$

$$a'_{\mathrm{T}}=\frac{2}{1+\sqrt{D'_3}} \qquad (25)$$

が得られる．これらの式がエネルギー収支の関係(22)式を満たしていることは容易にたしかめられる．またこれらの式はすべて実数で表記されているから，反射波，透過波とも位相の遅れはない．図 10 に (24), (25) の関係を示した．横軸は2本の尺度が示してあるが，上の方が D'_3，下の方が $\Delta D'$ を目盛ってある．対比のために Green の法則によって計算した透過波振幅も書き入れておいた．$\Delta D'$ が 0.8 より大きいと，a_{T} カーブから大きくずれ，この法則が妥当しなくなっていることがわかる．

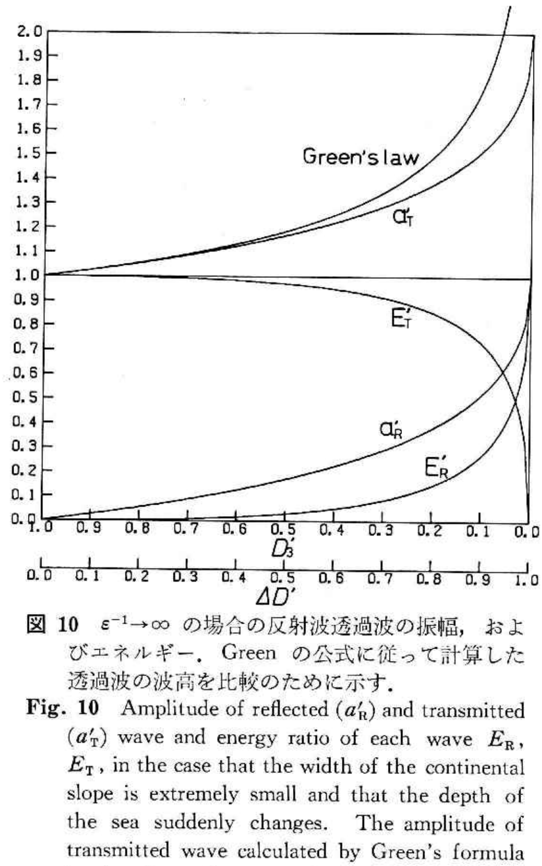

図 10　$\varepsilon^{-1}\to\infty$ の場合の反射波透過波の振幅，およびエネルギー．Green の公式に従って計算した透過波の波高を比較のために示す．

Fig. 10　Amplitude of reflected (a'_{R}) and transmitted (a'_{T}) wave and energy ratio of each wave E_{R}, E_{T}, in the case that the width of the continental slope is extremely small and that the depth of the sea suddenly changes. The amplitude of transmitted wave calculated by Green's formula is also shown for comparison.

(24), (25) の関係を領域 I，III における波速 c_1, c_3 を用いて表わすと，

$$a'_{\mathrm{R}}=\frac{c_1-c_3}{c_1+c_3},\quad a'_{\mathrm{T}}=\frac{2c_1}{c_1+c_3}$$

エネルギーの反射率，透過率は，

$$E_{\mathrm{R}}=|a'_{\mathrm{R}}|^2=\frac{(c_1-c_3)^2}{(c_1+c_3)^2},\quad E_{\mathrm{I}}=|a'_{\mathrm{T}}|^2\sqrt{D'_3}=\frac{4c_1c_3}{(c_1+c_3)^2}$$

となって，媒質の境界面における光の反射，透過に関する光学上の Fresnel の公式と全く同形になる．

4. むすび

以上見てきたように，陸棚斜面のような海域を通過する長周期波に対しては，Green の式

を始め，海底傾斜がゆるやかであると仮定して展開された数多くの研究成果は，そのままでは適用できないことが判明した．また津波，高潮予報のためのシミュレーションに際しても，格子点間隔の選び方によっては，陸棚斜面による反射の影響を反映しないことが多く，本研究に述べた点を考慮してその計算結果を見なおす必要があるであろう．

なお，今後の問題として，本研究で得た結果を室内水槽実験や実地観測によって検証すること，温度躍層が発達していて，海の密度分布が2層構造をしている場合の計算などをあげることができる．とくに後者は，内部波発生の主な原因の一つが解明できる可能性があり，沿岸水塊の混合形成の問題と関連して大きなテーマに進展する可能性がある．

参考文献

1) Aida, I. (1969): Numerical experiments for the tsunami propagation—the 1964 Niigata tsunami and the 1968 Tokachi-oki tsunami. *Bull. Earthq. Res. Inst.*, **47**, 673-700.

2) 相田　勇 (1972): 津波記録による波源数値モデルの推定．地震，**2-25**, 343-352.

3) 相田　勇 (1974): 地震の断層モデルによる津波の数値実験．地震，**2-27**, 141-154.

4) Defant, A. (1961): *Physical Oceanography*, Pergamon Press, Oxford.

5) Grimshaw, R. (1970): The solitary wave in water of variable depth. *J. Fluid Mech.*, **42**, 639-656.

6) Johnson, R.S. (1973): On the development of a solitary wave moving over an uneven bottom. *Proc. Camb. Phil. Soc.*, **73**, 183-203.

7) Kinsman, B. (1965): *Wind waves*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

8) Lamb, H. (1932): *Hydrodynamics*, Camb. Univ. Press.

9) Putman, J.A. and R.S. Arthur (1948): Diffraction of water waves. *Trans. Am. Geophys. Union*, **29-4**, 418-490.

10) Shufo, N. (1973): Shoring and deformation of non-linear long waves. *Coast. Eng. Jap.*, **16**, 1-12.

11) 都司嘉宣 (1975): 伊豆半島沖地震による津波について．海洋科学，**7-11**, 55-63.

12) Yoshida, K. (1950): On the estimation of reflection coefficient for tide-waves, tsunami and swell. *Geophysical notes, Geophys. Inst., Tokyo Univ.*, **3-14**, 1-5.

(1975年12月18日原稿受理)